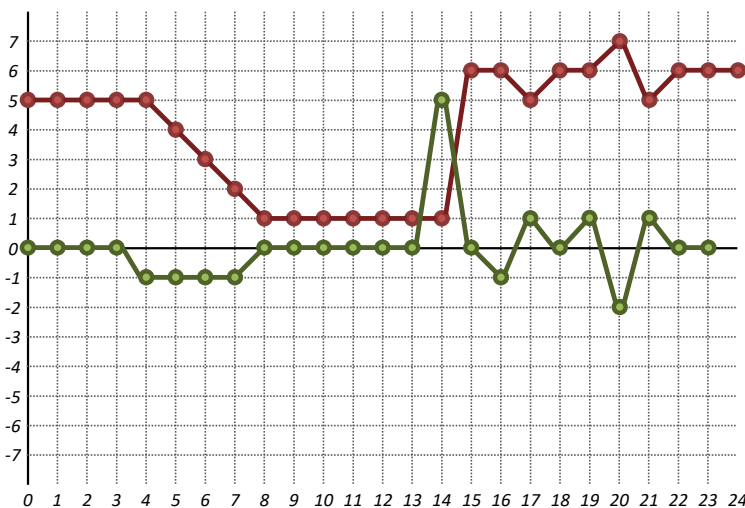


# Aula 4c – Filtragem espacial: aguçamento

Prof. João Fernando Mari

joaof.mari@ufv.br

## Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

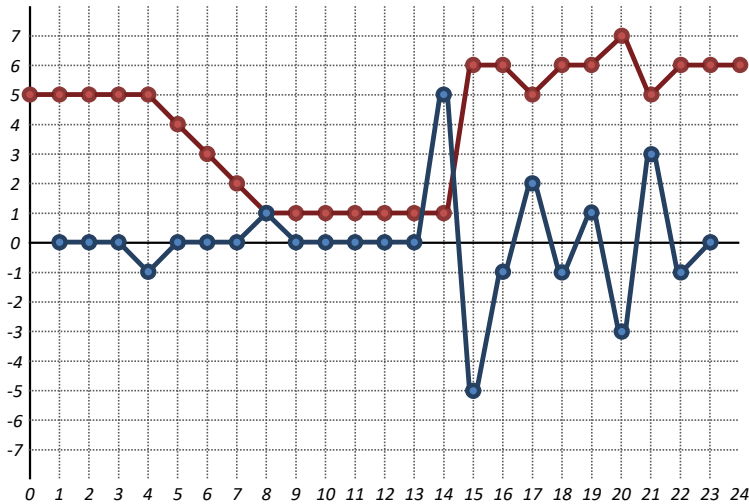
$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	<i>Sinal</i>
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0	<i>Primeira derivada</i>	
0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0	<i>Segunda derivada</i>		

# Derivadas de funções discretas 1D



5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	<i>Sinal</i>
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0	<i>Primeira derivada</i>	
0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0	<i>Segunda derivada</i>		

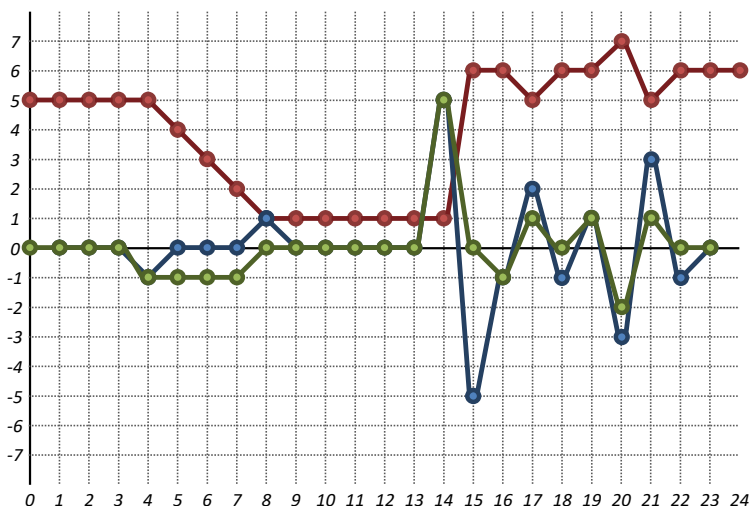
Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

# Derivadas de funções discretas 1D



5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	<i>Sinal</i>
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0	<i>Primeira derivada</i>	
0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0	<i>Segunda derivada</i>		

Derivada de primeira ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D  $f(x)$ :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

# O Laplaciano

- O Laplaciano de uma função de duas dimensões  $f(x, y)$  é:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Se separarmos o Laplaciano nas direções  $x$  e  $y$ , temos:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- Dessa forma, o Laplaciano discreto de duas variáveis é:

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

	-1	0	1
-1	0	1	0
0	1	-4	1
1	0	1	0

# Variações do Laplaciano

	-1	0	1
-1	0	1	0
0	1	-4	1
1	0	1	0

	-1	0	1
-1	0	-1	0
0	-1	4	-1
1	0	-1	0

	-1	0	1
-1	1	1	1
0	1	-8	1
1	1	1	1

	-1	0	1
-1	-1	-1	-1
0	-1	8	-1
1	-1	-1	-1

# O gradiente

- O gradiente de uma função de duas dimensões  $f(x, y)$  é:

$$\nabla f \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x + 1, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y) - f(x, y + 1)$$

	0	1
0	1	0
1	-1	0

- A magnitude (tamanho) do vetor gradiente ( $\nabla f$ ),  $M(x, y)$  é:

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

- Ou pode ser aproximada por valores absolutos:

$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

	0	1
0	1	-1
1	0	0

# O gradiente — Operadores diagonais de Roberts

- Os operadores diagonais de Roberts consideram as diferenças diagonais:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x + 1, y + 1), \quad \frac{\partial f}{\partial y} = f(x + 1, y) - f(x, y + 1)$$

	0	1
0	1	0
1	0	-1

	0	1
0	0	-1
1	1	0

# O gradiente — Operadores de Prewitt e Sobel

Prewitt

	-1	0	1
-1	-1	-1	-1
0	0	0	0
1	1	1	1

	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	-1	0	1
1	-1	0	1

Sobel

	-1	0	1
-1	-1	-2	-1
0	0	0	0
1	1	2	1

	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	-2	0	2
1	-1	0	1

## Bibliografia

MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. **Processamento digital de imagens**. Brasport, 1999.

Disponível para download no site do autor (Exclusivo para uso pessoal)

<http://dainf.ct.utfpr.edu.br/~hvieir/pub.html>

GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E.; **Processamento Digital de Imagens**. 3ª edição. Editora Pearson, 2009.

Disponível na Biblioteca Virtual da Pearson.

J. E. R. Queiroz, H. M. Gomes. **Introdução ao Processamento Digital de Imagens**. RITA. v. 13, 2006.

<http://www.dsc.ufcg.edu.br/~hmg/disciplinas/graduacao/vc-2016.2/Rita-Tutorial-PDI.pdf>