[Aula 20] Máquina de Turing – Modelos equivalentes

Prof. João F. Mari
joaof.mari@ufv.br

BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
  - Capítulo 8.
  - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.

- HOPCROFT J. E.; MOTWANI, R. ; ULLMAN, J. D. **Introdução a teoria dos autômatos, linguagens e computação**, 1. Ed., Campus, 2002.

Modelos equivalentes à Maquina de Turing

- **A máquina de Turing é o mais geral dispositivo de computação**
  - Todos os demais modelos e máquinas propostos, bem como as modificações da máquina de Turing possuem, no máximo, ***o mesmo poder computacional*** da máquina de Turing.

[AULA 19] Máquina de Turing – Modelos equivalentes SIN 131 – Introdução à Teoria da Computação (PER-3)

Modelos equivalentes à Maquina de Turing

- **Modelos Equivalentes à Máquina de Turing**
  - Autômato com Múltiplas Pilhas
  - Máquina de Turing Não-Determinística
  - Máquina de Turing com Fita Infinita à Esquerda e à Direita
  - ***Máquina de Turing com Múltiplas Fitas***
  - Máquina de Turing Multidimensional
  - Máquina de Turing com Múltiplas Cabeças
  - Modificações combinadas sobre a Máquina de Turing

- Todas essas variações sobre a Máquina de Turing podem ser simuladas por uma Máquina de Turing tradicional.

Máquina de Turing com múltiplas trilhas

- A fita da máquina de Turing pode ser composta por um número finito K de trilhas.
  - O controle finito lê, verticalmente, uma k-tupla.
  - Cada componente da tupla é um símbolo lido de cada trilha
  - Não aumenta o poder computacional da MT.

- **[EX]** = K = 3
  - $\delta(q_1, [a,b,c]) = (q_2, [d,e,f], D)$
    - Estou no estado q_1, leio:
      - (a) da trilha 1, (b) da trilha 2, (c) da trilha 3.
    - Vou para o estado q_2, escrevo:
      - (d) na trilha 1, (e) na trilha 2 e (f) na trilha 3.
    - Me movimento para a Direita.

[EX] Máquina de Turing – Número primo

- Projetar uma máquina de Turing que lê na primeira trilha um número em binário > 2, delimitado pelos símbolos ⊄ e $, e determina se ele é primo.

[EX] Máquina de Turing – Número primo

- **Algoritmo:**
  - 1) Escrever o divisor 2_{10} (10_2) na 2ª trilha.
  - 2) Copiar o número da 1ª trilha na 3ª trilha
  - 3) Subtrair quantas vezes for possível, o número da 2ª trilha do número da 3ª trilha, e armazenar o resultado na trilha 3.
    - a) Se o resultado na 3ª trilha for 0:
      - a1) Se o núm. na 1ª trilha == núm. na 2ª trilha ➔ **PRIMO!**
      - a2) Se o núm. na 1ª trilha != núm. na 2ª. Trilha ➔ **NÃO PRIMO!**
    - b) Se o resultado na 3ª trilha for != 0:
      - Incrementa-se o divisor e retoma o algoritmo a partir do passo (2).

[EX] MT – Número primo | (1) q_0

- Percorre a número na fita, da esquerda para a direita, até localizar o símbolo $ (final do número).
  - $\delta(q_0, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_0, [\not\subset, \beta, \beta], D)$
  - $\delta(q_0, [d, \beta, \beta]) = (q_0, [d, \beta, \beta], D)$
  - $\delta(q_0, [\$, \beta, \beta]) = (q_1, [\$, \beta, \beta], E)$

⊄	1	1	1	$	β
β	β	β	β	β	β
β	β	β	β	β	β

[EX] MT – Número primo | (2) q_1, q_2 e q_3

- Escreve o número binário 10_2 (2 na base decimal) na segunda trilha da fita.
  - $\delta(q_1, [d, \beta, \beta]) = (q_2, [d, 0, \beta], E)$ ➔ Escreve o 0 do 10.
  - $\delta(q_2, [d, \beta, \beta]) = (q_3, [d, 1, \beta], E)$ ➔ Escreve o 1 do 10.
  - $\delta(q_3, [d, \beta, \beta]) = (q_3, [d, 0, \beta], E)$
    - Preenche com zeros a esquerda do número binário 10.
  - $\delta(q_3, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_4, [\not\subset, \beta, \beta], D)$

C	1	1	1	$	β
β	0	1	0	β	β
β	β	β	β	β	β

[EX] MT – Número primo | (3) q_4

- Copia o número na trilha 1 para a trilha 3:
  - $\delta(q_4, [0, d, e]) = (q_4, [0, d, 0], D)$
  - $\delta(q_4, [1, d, e]) = (q_4, [1, d, 1], D)$
  - $\delta(q_4, [\$, \beta, \beta]) = (q_5, [\$, \beta, \beta], E)$

C	1	1	1	$	β
β	0	1	0	β	β
β	1	1	1	β	β

[EX] MT – Número primo | (4) q_5 e q_6

- Subtrai o número na trilha 2 do número da trilha 3 e armazena o resultado na trilha 3.
  - $\delta(q_5, [d, 0, 0]) = (q_5, [d, 0, 0], E)$
  - $\delta(q_5, [d, 0, 1]) = (q_5, [d, 0, 1], E)$
  - $\delta(q_5, [d, 1, 1]) = (q_5, [d, 1, 0], E)$
  - $\delta(q_5, [d, 1, 0]) = (\mathbf{q_6}, [d, 1, 1], E)$ → "Peguei emprestado" 1
  - $\delta(q_5, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_7, [\not\subset, \beta, \beta], D)$ → Resultado final é POSITIVO
    - Em q_5 eu não "emprestei" nada dos dígitos a esquerda.
    - Eu vou para q_7 quando o resultado é **positivo.**

  - $\delta(q_6, [d, 1, 1]) = (q_6, [d, 1, 1], E)$
  - $\delta(q_6, [d, 1, 0]) = (q_6, [d, 1, 0], E)$
  - $\delta(q_6, [d, 0, 0]) = (q_6, [d, 0, 1], E)$
  - $\delta(q_6, [d, 0, 1]) = (\mathbf{q_5}, [d, 0, 0], E)$ → Não estou "devendo" mais.
  - $\delta(q_6, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_9, [\not\subset, \beta, \beta], D)$ → Resultado final é NEGATIVO
    - Em q_6 eu "emprestei" dos dígitos a esquerda.
    - Quando o resultado e **negativo**, eu vou para q_9 (é impossível subtrair).

[EX] MT – Número primo | (5) q_7 e q_8

- Compara o número na trilha 3 com 0:
  - Se igual a 0 vai para q_{12} (3a no algoritmo);
  - Se for diferente vai para q_8 (nova subtração).
    - $\delta(q_7, [d, d, 0]) = (q_7, [d, d, 0], D)$
    - $\delta(q_7, [\$, \beta, \beta]) = (q_{12}, [\$, \beta, \beta], E)$
      - T3 igual a 0 → Vai para q_{12} (Etapa 7);
    - $\delta(q_7, [d, d, 1]) = (q_8, [d, d, 1], D)$
      - T3 dif. de 0 → Vai para q8;
    - $\delta(q_8, [d, d, d]) = (q_8, [d, d, d], D)$
    - $\delta(q_8, [\$, \beta, \beta]) = (q_5, [\$, \beta, \beta], E)$
      - Retorna o controle para o final da palavra e inicia uma nova subtração (q_5).

[EX] MT – Número primo | (6) q_9, q_{10} e q_{11}

- Quando não é mais possível subtrair:
  - O controle finito volta para a direita (q_9) para iniciar o processo de incremento do número na Trilha 2 (q_{10} e q_{11}).
    - $\delta(q_9, [d, d, d]) = (q_9, [d, d, d], D)$
    - $\delta(q_9, [\$, \beta, \beta]) = (q_{10}, [\$, \beta, \beta], E)$
      - Caminha para a direita (até final do número ($)).
    - $\delta(q_{10}, [d, 1, d]) = (q_{10}, [d, 0, d], E)$
      - Soma e "vai um"
    - $\delta(q_{10}, [d, 0, d]) = (q_{11}, [d, 1, d], E)$
      - Soma e não "vai um" (fim da op. de incremento).
    - $\delta(q_{11}, [d, 1, d]) = (q_{11}, [d, 1, d], E)$
    - $\delta(q_{11}, [d, 0, d]) = (q_{11}, [d, 0, d], E)$
    - $\delta(q_{11}, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_4[\not\subset, \beta, \beta], D)$
      - Caminha até a esquerda (até o início do número ($\not\subset$)).

[EX] MT – Número primo | (7) q_{12} e q_{13}

- Compara se o valor na trilha 1 é igual ao valor na trilha 2.
  - Se forem iguais, a MT vai para q_{13} (estado final) .
    - O número na trilha 1 **É PRIMO**.
  - Se forem diferentes, a MT encontra uma transição indefinida, parando em um estado não final.
    - O número na trilha 1 **NÃO É PRIMO.**

  - $\delta(q_{12}, [0, 0, d]) = (q_{12}, [0, 0, d], E)$
  - $\delta(q_{12}, [1, 1, d]) = (q_{12}, [1, 1, d], E)$
  - $\delta(q_{12}, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_{13}[\not\subset, \beta, \beta], D)$

[EX] MT – Número primo (FINAL)

q_0

$\delta(q_0, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_0, [\not\subset, \beta, \beta], D)$

$\delta(q_0, [d, \beta, \beta]) = (q_0, [d, \beta, \beta], D)$

$\delta(q_0, [\$, \beta, \beta]) = (q_1, [\$, \beta, \beta], E)$

q_1, q_2, q_3

$\delta(q_1, [d, \beta, \beta]) = (q_2, [d, 0, \beta], E)$

$\delta(q_2, [d, \beta, \beta]) = (q_3, [d, 1, \beta], E)$

$\delta(q_3, [d, \beta, \beta]) = (q_3, [d, 0, \beta], E)$

$\delta(q_3, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_4, [\not\subset, \beta, \beta], D)$

q_4

$\delta(q_4, [0, d, e]) = (q_4, [0, d, 0], D)$

$\delta(q_4, [1, d, e]) = (q_4, [1, d, 1], D)$

$\delta(q_4, [\$, \beta, \beta]) = (q_5, [\$, \beta, \beta], E)$

q_5 e q_6

$\delta(q_5, [d, 0, 0]) = (q_5, [d, 0, 0], E)$

$\delta(q_5, [d, 0, 1]) = (q_5, [d, 0, 1], E)$

$\delta(q_5, [d, 1, 1]) = (q_5, [d, 1, 0], E)$

$\delta(q_5, [d, 1, 0]) = (q_6, [d, 1, 1], E)$

$\delta(q_5, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_7, [\not\subset, \beta, \beta], D)$

$\delta(q_6, [d, 1, 1]) = (q_6, [d, 1, 1], E)$

$\delta(q_6, [d, 1, 0]) = (q_6, [d, 1, 0], E)$

$\delta(q_6, [d, 0, 0]) = (q_6, [d, 0, 1], E)$

$\delta(q_6, [d, 0, 1]) = (q_5, [d, 0, 0], E)$

$\delta(q_6, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_9, [\not\subset, \beta, \beta], D)$

q_7 e q_8

$\delta(q_7, [d, d, 0]) = (q_7, [d, d, 0], D)$

$\delta(q_7, [\$, \beta, \beta]) = (q_{12}, [\$, \beta, \beta], E)$

$\delta(q_7, [d, d, 1]) = (q_8, [d, d, 1], D)$

$\delta(q_8, [d, d, d]) = (q_8, [d, d, d], D)$

$\delta(q_8, [\$, \beta, \beta]) = (q_5, [\$, \beta, \beta], E)$

q_9 e q_{10}

$\delta(q_9, [d, d, d]) = (q_9, [d, d, d], D)$

$\delta(q_9, [\$, \beta, \beta]) = (q_{10}, [\$, \beta, \beta], E)$

$\delta(q_{10}, [d, 1, d]) = (q_{10}, [d, 0, d], E)$

$\delta(q_{10}, [d, 0, d]) = (q_{11}, [d, 1, d], E)$

$\delta(q_{11}, [d, 1, d]) = (q_{11}, [d, 1, d], E)$

$\delta(q_{11}, [d, 0, d]) = (q_{11}, [d, 0, d], E)$

$\delta(q_{11}, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_4[\not\subset, \beta, \beta], D)$

q_{12}

$\delta(q_{12}, [0, 0, d]) = (q_{12}, [0, 0, d], E)$

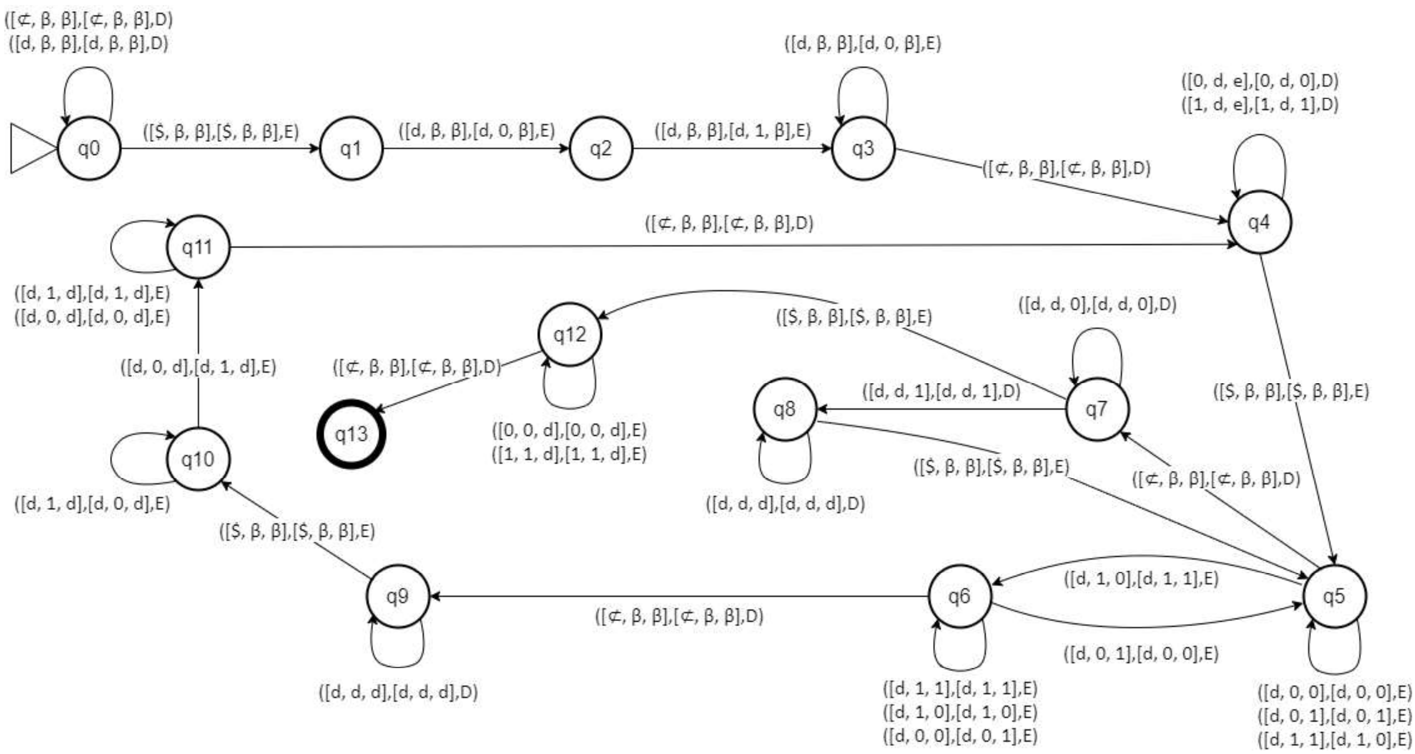
$\delta(q_{12}, [1, 1, d]) = (q_{12}, [1, 1, d], E)$

$\delta(q_{12}, [\not\subset, \beta, \beta]) = (q_{13}[\not\subset, \beta, \beta], D)$

[AULA 19] Máquina de Turing – Modelos equivalentes SIN 131 – Introdução à Teoria da Computação (PER-3)

[EX] MT – Número primo (FINAL)

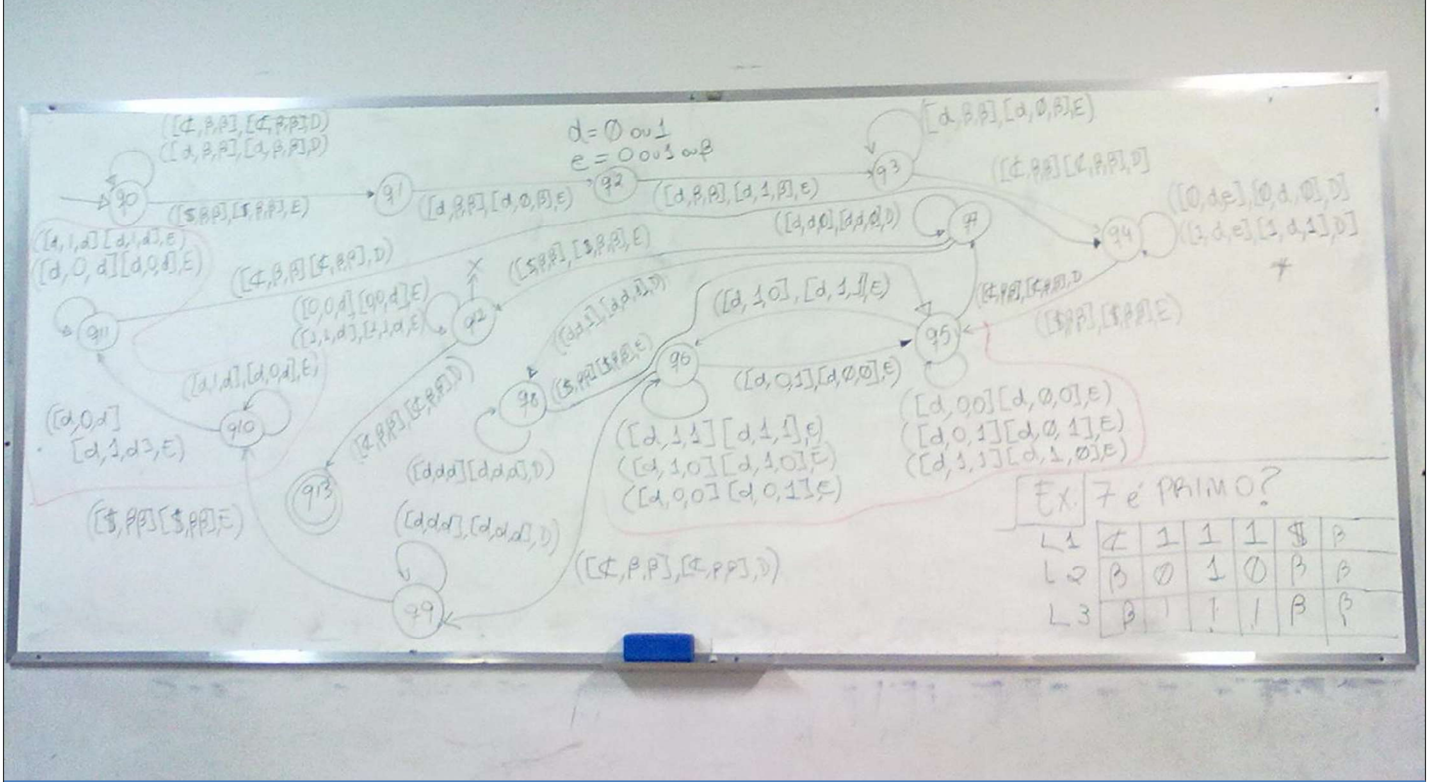
- PER-3 – out-2021



Prof. João Fernando Mari (*joaof.mari@ufv.br*)

[EX] MT – Número primo (FINAL)

- SIN131 – T1 (2011-1)



[AULA 19] Máquina de Turing – Modelos equivalentes SIN 131 – Introdução à Teoria da Computação (PER-3)

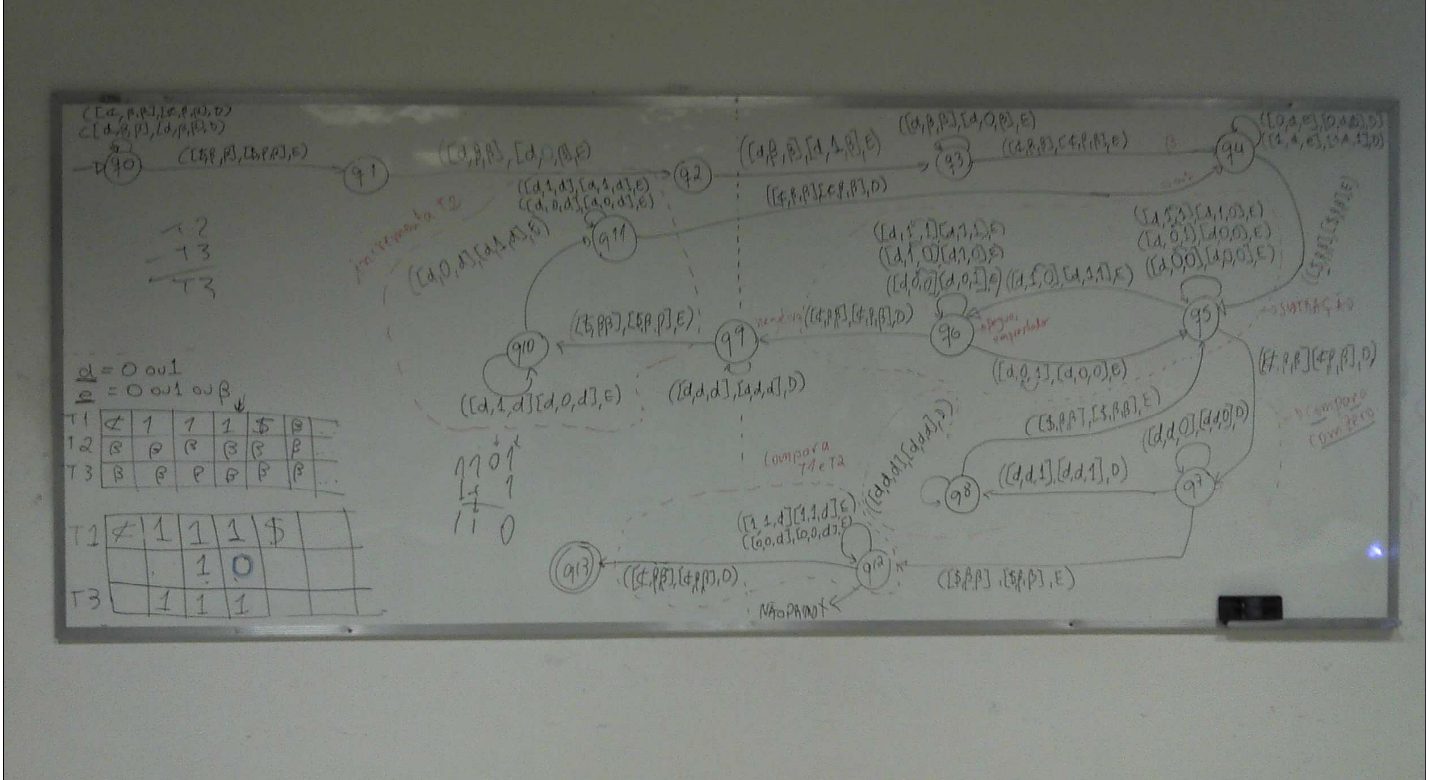
[EX] MT – Número primo (FINAL)

- SIN131 – T1 (2012-1)

Prof. João Fernando Mari (*joaof.mari@ufv.br*)

[EX] MT – Número primo (FINAL)

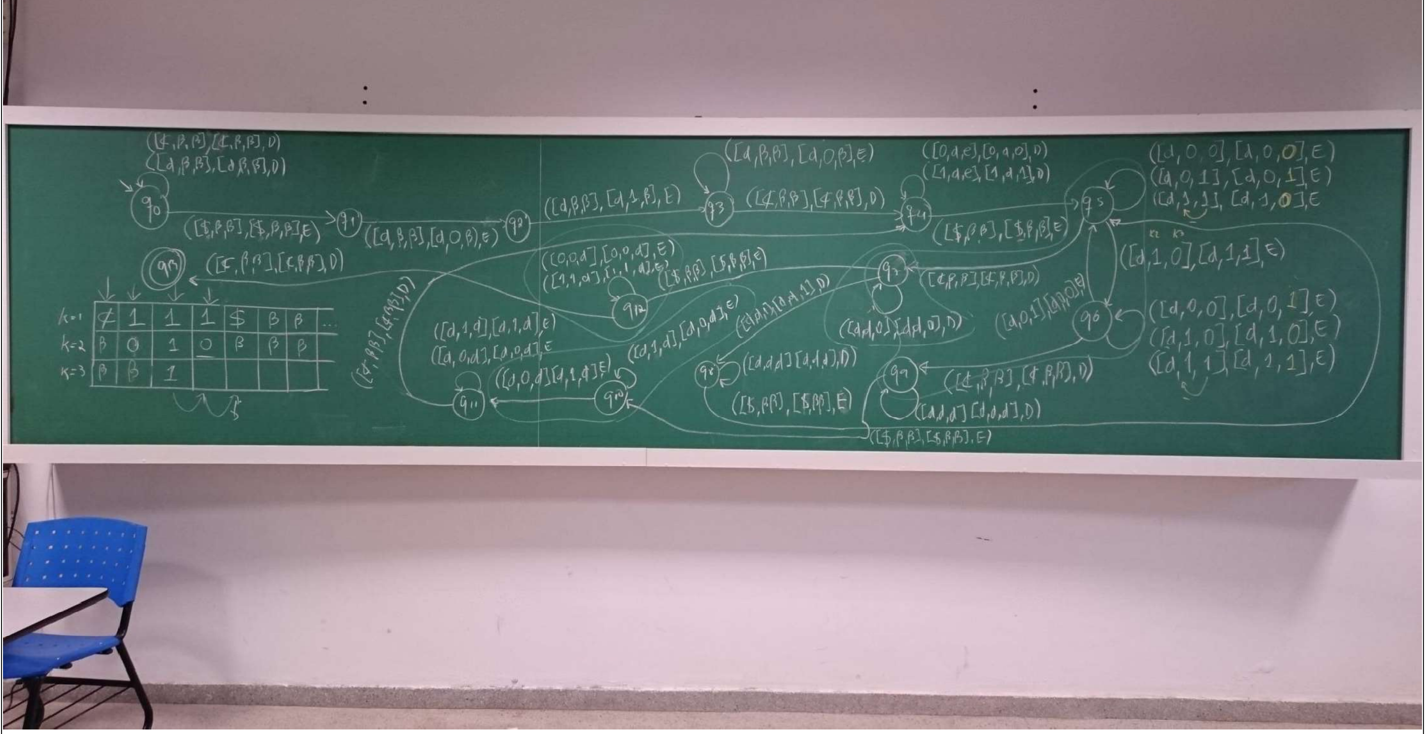
- SIN131 – T2 (2012-1)



[AULA 19] Máquina de Turing – Modelos equivalentes SIN 131 – Introdução à Teoria da Computação (PER-3)

[EX] MT – Número primo (FINAL)

- SIN131 – T1 (2017-1)



Prof. João Fernando Mari (*joaof.mari@ufv.br*)

[EX] MT – Número primo

- 7 (111) é primo?

[AULA 19] Máquina de Turing – Modelos equivalentes SIN 131 – Introdução à Teoria da Computação (PER-3)

[EX] MT – Número primo

1	⊄	1	1	1	$	β	5	⊄	1	1	1	$	β
	β	β	β	β	β	β		β	0	1	0	β	β
	β	β	β	β	β	β		β	0	0	1	β	β
2	⊄	1	1	1	$	β	6	⊄	1	1	1	$	β
	β	0	1	0	β	β		β	0	1	1	β	β
	β	1	1	1	β	β		β	1	1	1	β	β
3	⊄	1	1	1	$	β	7	⊄	1	1	1	$	β
	β	0	1	0	β	β		β	0	1	1	β	β
	β	1	0	1	β	β		β	1	0	0	β	β
4	⊄	1	1	1	$	β	8	⊄	1	1	1	$	β
	β	0	1	0	β	β		β	0	1	1	β	β
	β	0	1	1	β	β		β	0	0	1	β	β

Prof. João Fernando Mari (*joaof.mari@ufv.br*)

[EX] MT – Número primo

9	⊄	1	1	1	$	β	13	⊄	1	1	1	$	β
	β	1	0	0	β	β		β	1	1	0	β	β
	β	1	1	1	β	β		β	1	1	1	β	β
10	⊄	1	1	1	$	β	14	⊄	1	1	1	$	β
	β	1	0	0	β	β		β	1	1	0	β	β
	β	0	1	1	β	β		β	0	0	1	β	β
11	⊄	1	1	1	$	β	15	⊄	1	1	1	$	β
	β	1	0	1	β	β		β	1	1	1	β	β
	β	1	1	1	β	β		β	1	1	1	β	β
12	⊄	1	1	1	$	β	16	⊄	1	1	1	$	β
	β	1	0	1	β	β		β	1	1	1	β	β
	β	0	1	0	β	β		β	0	0	0	β	β

[FIM]

- FIM:
  - **[AULA 19]** Máquina de Turing – Modelos equivalentes
- Próxima aula:
  - **[AULA 20]** Linguagem sensível ao contexto