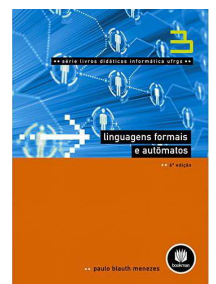


# [Aula 14] LLC – GLC – Forma Normal de Greibach

Prof. João F. Mari  
*joaof.mari@ufv.br*

## BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
  - Capítulo 6.
  - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.



## ROTEIRO

- Forma Normal de Greibach (FNG)
- Forma Normal de Greibach – Algoritmo
- FNG – Algoritmo – Etapa 1
- FNG – Algoritmo – Etapa 2
- FNG – Algoritmo – Etapas 3 e 4
- FNG – Algoritmo – Etapa 5
- FNG – Algoritmo – Etapas 6
- EXEMPLO: FNG – Algoritmo
- Recursão à Esquerda

## Forma Normal de Greibach (FNG)

- Seja  $G$  uma GLC

$$G = (V, T, P, S)$$

- Todas as suas produções são da forma:

$$A \rightarrow a\alpha$$

–  $\alpha$  é uma palavra de  $V^*$

- Palavra vazia
  - Não pertence à linguagem gerada por uma gramática na FNG

## Sheila Greibach

- Nascida em 6 de outubro de 1939
- Matemática estadunidense
- Universidade da Califórnia em Los Angeles (UCLA)



## Forma Normal de Greibach – Algoritmo

- Algoritmo : GLC na FNG (6 etapas)
  - Etapa 1: Simplificação da gramática.
  - Etapa 2: Renomeação das variáveis em uma ordem crescente
  - Etapa 3: Modificar as produções na forma  $Ar \rightarrow As\alpha$ , em que  $r > s$
  - Etapa 4: Exclusão das recursões da forma  $Ar \rightarrow Ar\alpha$
  - Etapa 5: Um terminal no início do lado direito de cada produção
  - Etapa 6: Produções na forma  $A \rightarrow a\alpha$ ,  $\alpha$  palavra de variáveis

## FNG – Algoritmo – Etapa 1

$G = (V, T, P, S)$  é uma GLC |  $\epsilon \notin \text{GERA}(G)$

- ***Etapa 1: simplificação da gramática***

- GLC resultante:

$$G1 = (V1, T1, P1, S)$$

- Simplificações combinadas:

- Produções vazias

- Produções que substituem variáveis

- Símbolos inúteis (opcional)

- Algoritmos já estudados!!!

## FNG – Algoritmo – Etapa 2

- ***Etapa 2: renomeação das variáveis em uma ordem crescente qualquer.***

- GLC resultante

$$G2 = (V_2, T_1, P_2, A_i)$$

- $V_2 = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_N\}$

- $A_i$  corresponde à renomeação de S

## FNG – Algoritmo – Etapas 3 e 4

- **Etapa 3 : Modificar as produções na forma  $A_r \rightarrow A_s \alpha$ , em que  $r > s$**
- **Etapa 4 : Exclusão das recursões da forma  $A_r \rightarrow A_r \alpha$**
- GLC resultante:

$$G_3 = (V_3, T_1, P_3, A_i)$$

- Construção de  $V_3$  e  $P_3$ :
  - Cardinal de  $V_2$  é  $n$
  - A cada ciclo,  $B_r \notin V_3$

## FNG – Algoritmo – Etapas 3 e 4

```

P3 = P2
para r variando de 1 até n
  faça
    para s variando de 1 até r-1 Etapa 3
      faça para toda  $A_r \rightarrow A_s \alpha \in P_3$ 
        faça excluir  $A_r \rightarrow A_s \alpha$  de  $P_3$ ;
        para toda  $A_s \rightarrow \beta \in P_3$ 
          faça  $P_3 = P_3 \cup \{ A_r \rightarrow \beta \alpha \}$ 
    para toda  $A_r \rightarrow A_r \alpha \in P_3$  Etapa 4
      faça excluir  $A_r \rightarrow A_r \alpha$  de  $P_3$ ;
       $V_3 = V_3 \cup \{ B_r \}$ ;
       $P_3 = P_3 \cup \{ B_r \rightarrow \alpha \} \cup \{ B_r \rightarrow \alpha B_r \}$ ;
    para toda  $A_r \rightarrow \phi \in P_3$  tq  $\phi$  não inicia por  $A_r$  e
      alguma  $A_r \rightarrow A_r \alpha$  foi excluída
      faça  $P_3 = P_3 \cup \{ A_r \rightarrow \phi B_r \}$ ;
  
```

## FNG – Algoritmo – Etapa 5

- **Etapa 5: Um terminal no início do lado direito de cada produção**
  - GLC resultante

$$G_4 = (V_3, T_1, P_4, A_i)$$

- Construção de  $P_4$ :

```

P4 = P3;
para r variando de n-1 até 1 e toda Ar → Asα ∈ P4
faça excluir Ar → As α de P4;
para toda As → β de P4
faça P4 = P4 ∪ { Ar → β α };
  
```

- Produções relativas às variáveis auxiliares  $B_r$ 
  - O lado direito da produção inicia com um terminal

```

para toda Br → As βr
faça excluir Br → As βr de P4;
para toda As → a α
faça P4 = P4 ∪ { Br → a α βr };
  
```

## FNG – Algoritmo – Etapas 6

- **Etapa 6: produções na forma  $A \rightarrow a\alpha$ ,  $\alpha$  palavra de variáveis**
  - Análoga à correspondente etapa da Forma Normal de Chomsky

## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (Etapa 1)

- Seja  $G$  uma GLC:
  - $G = (\{ S, A \}, \{ a, b \}, P, S)$  GLC
    - $P = \{ S \rightarrow AA \mid a,$
    - $A \rightarrow SS \mid b \}$
- ***Etapa 1: simplificação da gramática***
  - GLC já está simplificada.

## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (Etapa 2)

- ***Etapa 2: renomeação das variáveis em uma ordem crescente qualquer***
- $G_1$  é a GLC resultante da Etapa 1:
  - $G = (\{ S, A \}, \{ a, b \}, P, S)$  GLC
    - $P = \{ S \rightarrow AA \mid a,$
    - $A \rightarrow SS \mid b \}$

**S e A são renomeadas para  $A_1$  e  $A_2$**
- Resultando na GLC  $G_2$ 
  - $G_2 = (\{ A_1, A_2 \}, \{ a, b \}, P, S)$  GLC
    - $P = \{ A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a,$
    - $A_2 \rightarrow A_1 A_1 \mid b \}$

## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (Etapas 3 e 4)

- **Etapa 3 : Modificar as produções na forma  $A_r \rightarrow A_s \alpha$ , em que  $r > s$** 
  - $A_2 \rightarrow A_1 A_1$  necessita ser modificada, resultando em
  - $A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a$
  - $A_2 \rightarrow A_2 A_2 A_1 \mid a A_1 \mid b$
- **Etapa 4 : exclusão das recursões da forma  $A_r \rightarrow A_r \alpha$** 
  - $A_2 \rightarrow A_2 A_2 A_1$  contém recursão (Inserir variável auxiliar  $B_2$ )
    - $A_2 \rightarrow a A_1 \mid b \mid a A_1 B_2 \mid b B_2$
    - $B_2 \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B_2$

- $G_2$  é a GLC resultante da **Etapa 2**:
  - $G_2 = (\{A_1, A_2\}, \{a, b\}, P, S)$  GLC
    - $P = \{A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a,$
    - $A_2 \rightarrow A_1 A_1 \mid b\}$
- O que resulta na GLC  $G_4$ :
  - $G_4 = (\{A_1, A_2, B_2\}, \{a, b\}, P, S)$  GLC
    - $P = \{A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a,$
    - $A_2 \rightarrow a A_1 \mid b \mid a A_1 B_2 \mid b B_2$
    - $B_2 \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B_2\}$

```

P3 = P2
para r variando de 1 até n
faça
  para s variando de 1 até r-1                               Etapa 3
  faça para toda  $A_r \rightarrow A_s \alpha \in P_3$ 
  faça excluir  $A_r \rightarrow A_s \alpha$  de  $P_3$ ;
  para toda  $A_s \rightarrow \beta \in P_3$ 
  faça  $P_3 = P_3 \cup \{A_r \rightarrow \beta \alpha\}$ 

  para toda  $A_r \rightarrow A_r \alpha \in P_3$                                Etapa 4
  faça excluir  $A_r \rightarrow A_r \alpha$  de  $P_3$ ;
   $V_3 = V_3 \cup \{B_r\}$ ;
   $P_3 = P_3 \cup \{B_r \rightarrow \alpha\} \cup \{B_r \rightarrow \alpha B_r\}$ ;
  para toda  $A_r \rightarrow \phi \in P_3$  tq  $\phi$  não inicia por  $A_r$  e
  alguma  $A_r \rightarrow A_r \alpha$  foi excluída
  faça  $P_3 = P_3 \cup \{A_r \rightarrow \phi B_r\}$ ;
  
```

## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (Etapa 5)

- **Etapa 5: um terminal no início do lado direito de cada produção**
  - O lado direito das produções da maior variável  $A_2$  deve iniciar com um terminal
  - $G_4$  é a GLC resultante da Etapa 4:
    - $G_4 = (\{A_1, A_2, B_2\}, \{a, b\}, P, S)$  GLC
    - $P = \{A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a,$
    - $A_2 \rightarrow a A_1 \mid b \mid a A_1 B_2 \mid b B_2$
    - $B_2 \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B_2\}$
- Substitui  $A_2$  em  $A_1 \rightarrow A_2 A_2$  pelas correspondentes derivações
  - $A_1 \rightarrow a A_1 A_2 \mid b A_2 \mid a A_1 B_2 A_2 \mid b B_2 A_2 \mid a$
  - $A_2 \rightarrow a A_1 \mid b \mid a A_1 B_2 \mid b B_2$
  - $B_2 \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B_2$

```

P4 = P3;
para r variando de n-1 até 1 e toda  $A_r \rightarrow A_s \alpha \in P_4$ 
faça excluir  $A_r \rightarrow A_s \alpha$  de  $P_4$ ;
  para toda  $A_s \rightarrow \beta$  de  $P_4$ 
  faça  $P_4 = P_4 \cup \{A_r \rightarrow \beta \alpha\}$ ;
  
```



## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (Etapa 5)

- **Etapa 5: um terminal no início do lado direito de cada produção (continuação!)**
  - O lado direito das produções da maior variável B deve iniciar com um terminal
  - $B_2 \rightarrow aA_1A_1 \mid bA_1 \mid aA_1B_2A_1 \mid bB_2A_1 \mid$
  - $aA_1A_1B_2 \mid bA_1B_2 \mid aA_1B_2A_1B_2 \mid bB_2A_1B_2$
- $G_5$  é a GLC resultante da Etapa 5:
  - $G_5 = (\{ A_1, A_2, B_2 \}, \{ a, b \}, P, S)$  GLC
  - $P = \{ A_1 \rightarrow aA_1A_2 \mid bA_2 \mid aA_1B_2A_2 \mid bB_2A_2 \mid a,$
  - $A_2 \rightarrow aA_1 \mid b \mid aA_1B_2 \mid bB_2$
  - $B_2 \rightarrow aA_1A_1 \mid bA_1 \mid aA_1B_2A_1 \mid bB_2A_1 \mid$   
 $aA_1A_1B_2 \mid bA_1B_2 \mid aA_1B_2A_1B_2 \mid bB_2A_1B_2$

## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (Etapa 6)

- **Etapa 6: produções na forma  $A \rightarrow a\alpha$ ,  $\alpha$  composta por variáveis**
  - As produções já estão nessa forma.
  - Caso não estejam, substituir o terminal por uma variável que gera apenas aquele terminal.
- **EXEMPLO:**
  - $A \rightarrow b A_1 A_2 A_3 c B_2$
  - Ficaria:
    - $A \rightarrow b A_1 A_2 A_3 C_c B_2$
    - $C_c \rightarrow c$

## EXEMPLO: FNG – Algoritmo (FINAL)

- Gramática resultante, na **Forma Normal de Greibach (FNG)**
- $GFNG = (\{ A_1, A_2, B_2 \}, \{ a, b \}, P_{FNG}, A_1)$ ,
  - $P_{FNG} = \{$ 
    - $A_1 \rightarrow aA_1A_2 \mid bA_2 \mid aA_1B_2A_2 \mid bB_2A_2 \mid a,$
    - $A_2 \rightarrow aA_1 \mid b \mid aA_1B_2 \mid bB_2,$
    - $B_2 \rightarrow aA_1A_1 \mid bA_1 \mid aA_1B_2A_1 \mid bB_2A_1 \mid aA_1A_1B_2 \mid$   
 $bA_1B_2 \mid aA_1B_2A_1B_2 \mid bBA_1B_2 \}$

## Recursão à Esquerda

- Recursão à esquerda

$$A \Rightarrow^+ A\alpha$$

- Frequentemente é desejável que a gramática **não seja recursiva à esquerda**
  - Exemplo: desenvolvimento de algoritmos reconhecedores
- Algoritmo para eliminação de recursão a Esquerda
  - As quatro primeiras etapas do algoritmo **Forma Normal de Greibach**

## Recursão à Esquerda

- **Algoritmo: Gramática sem Recursões à Esquerda**
- $G = (V, T, P, S)$  GLC
- Etapa 1: Simplificação da gramática
- Etapa 2: Renomeação das variáveis em uma ordem crescente qualquer
- Etapa 3: Produções na forma  $A_r \rightarrow A_s \alpha$ , na qual  $r \leq s$
- Etapa 4: Exclusão das recursões da forma  $A_r \rightarrow A_r \alpha$

## [FIM]

- FIM:
  - [AULA 14] LLC – GLC – Forma normal de Greibach
- Próxima aula:
  - [AULA 15] LLC – Autômato com Pilha