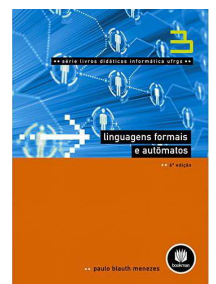


# [Aula 13] LLC – GLC – Forma Normal de Chomsky

Prof. João F. Mari  
*joaof.mari@ufv.br*

## BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
  - Capítulo 6.
  - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.



## ROTEIRO

- Formas Normais
- Forma Normal de Chomsky (FNC)
- FNC – Algoritmo – Etapa 1
- FNC – Algoritmo – Etapa 2
- FNC – Algoritmo – Etapa 3
- **EXEMPLO:** Forma Normal de Chomsky

## Formas Normais

- Formas Normais
  - Restrições rígidas na forma das produções
  - Sem reduzir o poder de geração das GLC
    - Excetuando-se a geração da palavra vazia.
- Aplicações
  - Desenvolvimento de algoritmos
    - Destaque para reconhecedores de linguagens
  - Prova de teoremas

## Formas Normais

- Forma Normal de **Chomsky**:

- As produções são da forma:

$$A \rightarrow BC \quad \text{ou} \quad A \rightarrow a$$

- Forma Normal de **Greibach**:

- As produções são da forma:

$$A \rightarrow a\alpha$$

- $\alpha$  é uma palavra de **variáveis**.

## Forma Normal de Chomsky (FNC)

- **Quem é o Chomsky?**

- Noam Chomsky
  - Nascido em 7 de dezembro de 1928 (EUA)
- Linguista e Ativista Político.



- Wikipédia:

- [http://pt.wikipedia.org/wiki/Noam\\_Chomsky](http://pt.wikipedia.org/wiki/Noam_Chomsky)

## Forma Normal de Chomsky (FNC)

- Seja  $G$  uma GLC:

$$G = (V, T, P, S)$$

- Considerando que:
  - $A$ ,  $B$  e  $C$  são variáveis
  - $a$  é terminal

- Todas produções são da forma

$$A \rightarrow BC \quad \text{ou} \quad A \rightarrow a$$

- **Palavra vazia:**
  - Não pertence à linguagem gerada por uma gramática na FNC

## Forma Normal de Chomsky (FNC)

- Algoritmo: GLC na FNC (3 Etapas)

- **Etapa 1: simplificação da gramática**

- $A \rightarrow \varepsilon$  (linguagem não possui  $\varepsilon$ )
- $A \rightarrow B$  (um símbolo no lado direito: terminal)
- símbolos inúteis (opcional)

- **Etapa 2: variáveis no lado direito das produções**

- Lado direito de comprimento  $\geq 2$ : exclusivamente variáveis
- Se for um terminal?

- **Etapa 3: exatamente duas variáveis no lado direito das produções**

- Como transformar produções da forma  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  ( $n \geq 2$ )?

## FNC – Algoritmo – Etapa 1

- **Etapa 1 – Simplificação da GLC**

- Seja  $G$  uma GLC que não gera  $\varepsilon$ .

$$G = (V, T, P, S) \mid \varepsilon \notin \text{GERA}(G)$$

- E  $G_1$  é o resultado das **simplificações** sobre  $G$

$$G_1 = (V_1, T_1, P_1, S)$$

- **Eliminação** de produções vazias.
- **Eliminação** das produções que substituem variáveis.
- **Eliminação** de símbolos inúteis é opcional

## FNC – Algoritmo – Etapa 2

- **Etapa 2 - Transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois**

- Seja  $G_1$  a GLC resultante da Etapa 1:  $G_1 = (V_1, T_1, P_1, S)$

- Então  $G_2$  é GLC resultante da Etapa 2 :  $G_2 = (\underline{V_2}, T_1, \underline{P_2}, S)$

- A construção de  $V_2$  e  $P_2$ :

- (para cada terminal  $a$ , suponha  $C_a \notin V_2$ )

$$V_2 = V_1;$$

$$P_2 = P_1;$$

para toda  $A \rightarrow X_1X_2\dots X_n \in P_2$  tal que  $n \geq 2$

faça se para  $r \in \{1, \dots, n\}$ ,  $X_r$  é um símbolo terminal  
então (suponha  $X_r = a$ )

$$V_2 = V_2 \cup \{C_a\};$$

substitui  $a$  por  $C_a$  em  $A \rightarrow X_1X_2\dots X_n \in P_2$ ;

$$P_2 = P_2 \cup \{C_a \rightarrow a\};$$

## FNC – Algoritmo – Etapa 3

- Etapa 3: Transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três em produções com exatamente duas variáveis
  - Seja  $G_2$  a GLC resultante da Etapa 2:  $G_2 = (V_2, T_1, P_2, S)$
  - $G_3$  é a GLC resultante desta Etapa:  $G_3 = (V_3, T_1, P_3, S)$
- A construção de  $V_3$  e  $P_3$ 
  - a cada ciclo, suponha  $D_1 \notin V_3, \dots, D_{n-2} \notin V_3$

```

V3 = V2;
P3 = P2;
para toda A → B1B2...Bn ∈ P2 tal que n ≥ 3
faça P3 = P3 - { A → B1B2...Bn };
      V3 = V3 ∪ { D1, ..., Dn-2 };
      P3 = P3 ∪ { A → B1D1, D1 → B2D2, ...,
                  Dn-3 → Bn-2Dn-2, Dn-2 → Bn-1Bn };

```

## EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky (Etapa 1)

- Seja  $G$  uma GLC que define Expressões Aritméticas
- $G = (\{ E \}, \{ +, *, [, ], x \}, P, E)$ 
  - $P = \{ E \rightarrow E+E \mid E * E \mid [E] \mid x \}$
- **Etapa 1: Simplificação da GLC**
  - A GLC já esta simplificada.

## EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky (Etapa 2)

### • Etapa 2: lado direito das produções de comprimento $\geq 2$

#### • G é a GLC resultante da Etapa 1:

- $G = (\{ E \}, \{ +, *, [, ], x \}, P, E)$ 
  - $P = \{ E \rightarrow E+E \mid E * E \mid [E] \mid x \}$

$E \rightarrow x$   
está OK

As demais produções:

$E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [ E C ]$

$C + \rightarrow +$

$C * \rightarrow *$

$C [ \rightarrow [$

$C ] \rightarrow ]$

#### • G2 é a GLC resultante da Etapa 2:

- $G2 = (\{ E, C+, C*, C[, C] \}, \{ +, *, [, ], x \}, P, E)$ 
  - $P = \{ E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [ E C ] \mid x$

- $C + \rightarrow +$
- $C * \rightarrow *$
- $C [ \rightarrow [$
- $C ] \rightarrow ]$

```

V2 = V1;
P2 = P1;
para toda  $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n \in P_2$  tal que  $n \geq 2$ 
faça se para  $r \in \{ 1, \dots, n \}$ ,  $X_r$  é um símbolo terminal
então (suponha  $X_r = a$ )
     $V_2 = V_2 \cup \{ C_a \}$ ;
    substitui a por  $C_a$  em  $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n \in P_2$ ;
     $P_2 = P_2 \cup \{ C_a \rightarrow a \}$ ;
  
```

## EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky (Etapa 3)

### • Etapa 3: exatamente duas variáveis no lado direito das produções

#### • Seja G2 a GLC resultante da Etapa 2:

- $G2 = (\{ E, C+, C*, C[, C] \}, \{ +, *, [, ], x \}, P, E)$ 
  - $P = \{ E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [ E C ] \mid x$
  - $C + \rightarrow +$
  - $C * \rightarrow *$
  - $C [ \rightarrow [$
  - $C ] \rightarrow ]$

#### • As produções (com mais de 2 variáveis do lado direito):

- $E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [ E C ]$
- São substituídas por:
  - $E \rightarrow E D_1 \mid E D_2 \mid C [ D_3$
  - $D_1 \rightarrow C + E$
  - $D_2 \rightarrow C * E$
  - $D_3 \rightarrow E C ]$

```

V3 = V2;
P3 = P2;
para toda  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n \in P_3$  tal que  $n \geq 3$ 
faça  $P_3 = P_3 - \{ A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n \}$ ;
     $V_3 = V_3 \cup \{ D_1, \dots, D_{n-2} \}$ ;
     $P_3 = P_3 \cup \{ A \rightarrow B_1 D_1, D_1 \rightarrow B_2 D_2, \dots,$ 
     $D_{n-3} \rightarrow B_{n-2} D_{n-2}, D_{n-2} \rightarrow B_{n-1} B_n \}$ ;
  
```

## EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky

- Gramática resultante, na Forma Normal de Chomsky é:

$$- G_{FNC} = (\{ E, C_+, C_*, C_[, C_] , D_1, D_2, D_3 \}, \{ +, *, [, ], x \}, P_{FNC}, E)$$

$$P_{FNC} = \{ E \rightarrow E D_1 \mid E D_2 \mid C_[] D_3 \mid x,$$

$$\bullet \quad D_1 \rightarrow C_+ E$$

$$\bullet \quad D_2 \rightarrow C_* E$$

$$\bullet \quad D_3 \rightarrow E C_[]$$

$$\bullet \quad C_+ \rightarrow +$$

$$\bullet \quad C_* \rightarrow *$$

$$\bullet \quad C_[] \rightarrow [$$

$$\bullet \quad C_] \rightarrow ] \quad \}$$

Produções resultantes da Etapa 3

Produções resultantes da Etapa 2

## [FIM]

- FIM:
  - [AULA 13] LLC – Forma Norma de Chomsky
- Próxima aula:
  - [AULA 14] LLC – Forma normal de Greibach