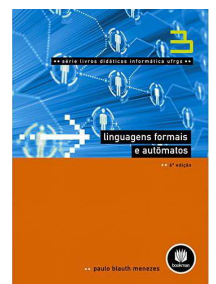


[Aula 10] Autômatos finitos com saída

Prof. João F. Mari
joaof.mari@ufv.br

BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
 - Capítulo 5.
 - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.



ROTEIRO

- Autômato Finito com Saída (AFS)
- Máquina de Mealy
- Máquina de Mealy - Computação (Função Programa Estendida)
- **[EX]** Máquina de Mealy: Sistema de Diálogo
- Máquina de Moore
- Máquina de Moore × AFD & Mealy
- Máquina de Moore - Computação (Função Programa Estendida)
- **[EX]** Máquina de Moore: Análise Léxica
- Equivalência: Máquinas de Moore e de Mealy
- Máquinas de Moore → Mealy
- **[EX]** Máquinas de Moore → Mealy
- Máquina de Mealy → Moore
- **[EX]** Máquina de Mealy → Moore
- EXERCÍCIOS

Autômato Finito com Saída (AFS)

- A saída não pode ser lida:
 - Não é memória auxiliar.
- A saída é definida sobre um alfabeto especial:
 - Alfabeto de símbolos de saída;
 - Pode, eventualmente, ser igual ao alfabeto de entrada.
- A saída é gravada em uma fita de saída:
 - Independente da fita de entrada;
 - A cabeça da fita de saída move uma célula para a direita **a cada símbolo gravado**.
- O resultado do processamento do AFS:
 - Condição de aceita/rejeita (estado final);
 - A informação contida na **fita de saída**.

Autômato Finito com Saída (AFS)

- Conceito básico de **Autômato Finito**:
 - A informação de saída limitada à lógica binária aceita/rejeita;
 - As aplicações práticas são restritas.
- Geração de uma palavra de saída:
 - Estende a definição de Autômato Finito;
 - Reconhece a mesma classe de linguagens.
- **Autômatos Finitos com Saída (AFS)**:
 - Máquina de Mealy
 - As saídas são associadas **às transições**.
 - Máquina de Moore
 - As saídas são associadas **aos estados**.

Autômato Finito com Saída (AFS)

- Máquinas de Mealy e Moore:
 - Construídos por modificações sobre o AFD;
 - Consequentemente sobre AFNs e AFN ϵ ;
 - Estudaremos apenas AFSs **determinísticos**.
- Aplicações dos autômatos finitos com saída:
 - Aplicações Tradicionais:
 - Analisador Léxico (Linguagens de Programação);
 - Processadores de Texto.
 - *WWW (World Wide Web)*:
 - Hipertexto e Hipermissão;
 - Animação quadro a quadro;
 - Verificar exemplos no capítulo 5 do livro texto (MENEZES, 2008).

Máquina de Mealy

- Para cada transição da máquina gera uma palavra de saída (pode ser vazia).

Máquina de Mealy

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta)$$

- Σ : alfabeto (de símbolos) de entrada;
- Q : conjunto de estados (finito);
- δ : função programa ou função de transição (função parcial);

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Delta^*$$

- q_0 : estado inicial: elemento distinguido de Q ;
- F : conjunto de estados finais: subconjunto de Q ;
- Δ - alfabeto (de símbolos) de saída;
- Máquina de Mealy \times AFD:
 - Σ, Q, q_0 e F são como no AFD.

Máquina de Mealy - Computação (Função Programa Estendida)

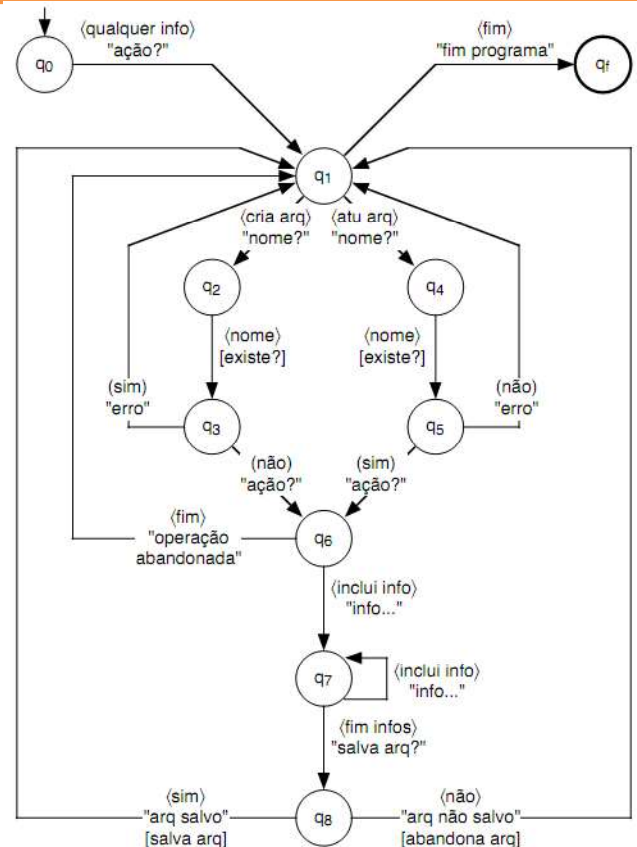
- Computação, para entrada w
 - Sucessiva aplicação da função programa;
 - Para cada símbolo de w (da esquerda para a direita);
 - Até ocorrer uma condição de parada.
- Palavra vazia como saída:
 - Nenhuma gravação é realizada;
 - Não move a cabeça da fita de saída.
- Se todas as transições geram saída vazia:
 - O processamento é o mesmo de um AFD.
- Definição **formal** da função programa estendida:
 - Semelhante ao do AFD. Não será mostrado.

[EX] Máquina de Mealy: Sistema de Diálogo

- Aplicação comum e recomendada para os autômatos com saída:
 - Projeto de diálogo entre um programa e o usuário.
 - Determina, eventualmente, ações internas ao sistema.
 - ***Shell de Sistemas Operacionais.***
- O diálogo pode ser de dois tipos:
 - Comandado pelo programa;
 - Comandado pelo usuário.

[EX] Máquina de Mealy: Sistema de Diálogo

- <...> entrada fornecida pelo usuário
- "... " saída gerada pelo programa
- [...] ação interna ao programa
- (...) resultado de ação interna ao programa

Prof. João Fernando Mari (joaof.mari@ufv.br)

11

Máquina de Moore

- Possui uma segunda função
 - Gera uma palavra de saída (pode ser vazia) para **cada estado da máquina**.

Prof. João Fernando Mari (joaof.mari@ufv.br)

12

Máquina de Moore

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta, \delta_s)$$

- Σ : alfabeto (de símbolos) de entrada;
- Q : conjunto de estados (finito);
- δ : função programa ou função de transição (função parcial):

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

- q_0 : elemento distinguido de Q : estado inicial;
- F : subconjunto de Q : conjunto de estados finais;
- Δ : alfabeto (de símbolos) de saída;
- δ_s : função de saída (função total):

$$\delta_s: Q \rightarrow \Delta^*$$

Máquina de Moore \times AFD & Mealy

- Σ , Q , δ , q_0 e F são como no AFD;
- Δ é como na Máquina de Mealy.

Maquina de Moore - Computação (Função Programa Estendida)

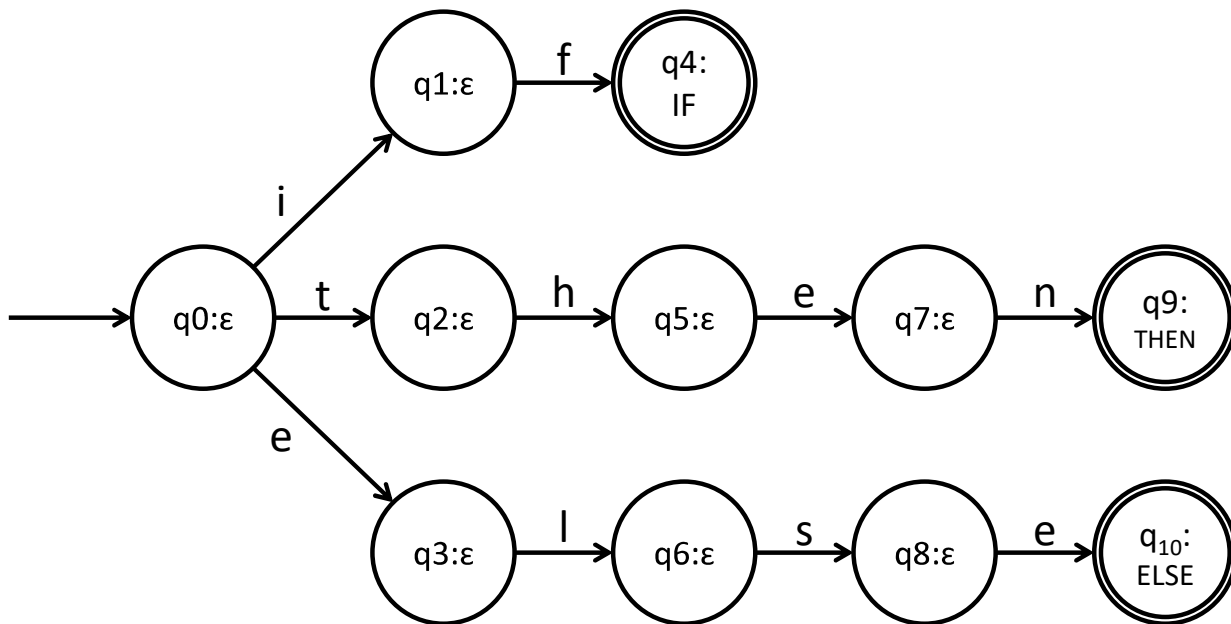
- Computação, para entrada w :
 - Sucessiva aplicação da função programa;
 - Para cada símbolo de w (da esquerda para a direita);
 - Até ocorrer uma condição de parada;
 - **Juntamente com a sucessiva aplicação da função de saída para cada estado atingido.**
- Palavra vazia como saída:
 - Nenhuma gravação é realizada;
 - Não move a cabeça da fita de saída.
- Se todos os estados geram saída vazia:
 - O processamento é o mesmo de um AFD.
- Definição **formal** da função programa estendida:
 - Semelhante ao do AFD. Não será mostrado.

[EX] Máquina de Moore: Análise Léxica

- Analisador Léxico:
 - Autômato finito (em geral, determinístico);
 - Identifica os componentes básicos da linguagem:
 - Números, identificadores, separadores, etc.
- Máquina de Moore como **Analisador Léxico**:
 - Cada estado final é associado a uma unidade léxica.
 - A saída **descreve** ou **codifica** a unidade léxica identificada
 - Máquina para em estados não finais (rejeita)
 - Em geral a saída é vazia.

[EX] Máquina de Moore: Análise Léxica

- Máquina de Moore que reconhece unidades léxicas IF-THAN-ELSE:

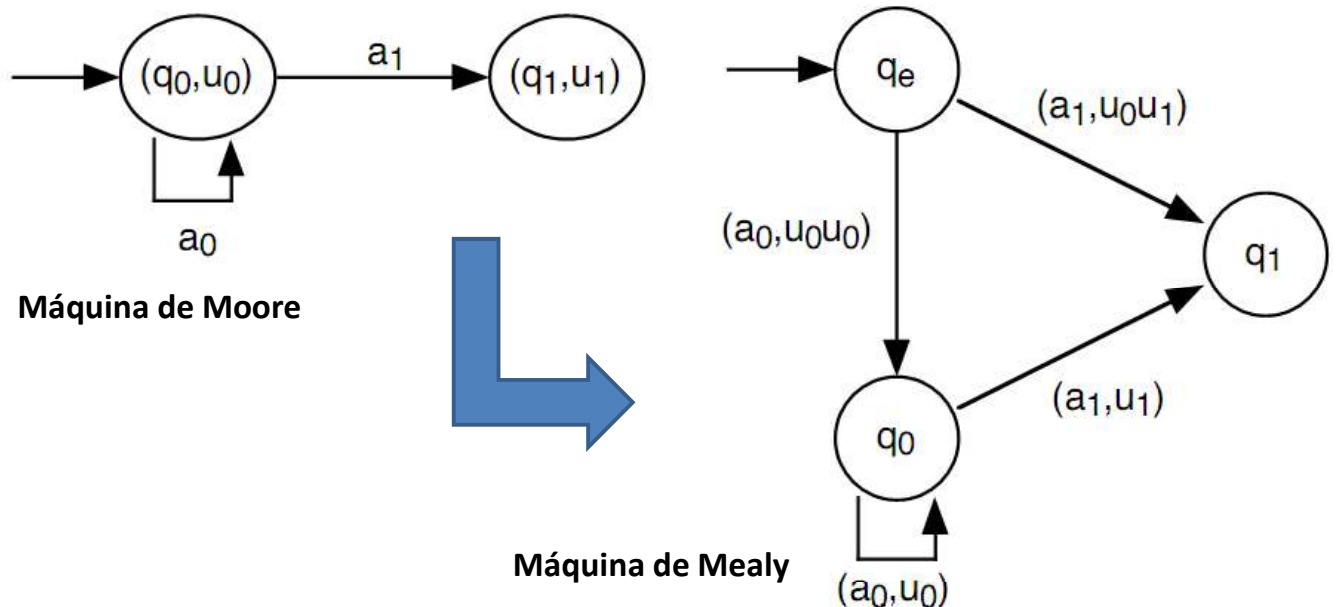


Equivalência: Máquinas de Moore e de Mealy

- A Equivalência **não é válida** para a entrada vazia.
- Para os demais casos a equivalência pode ser facilmente verificada

Máquinas de Moore → Mealy

- Toda Máquina de Moore pode ser simulada por uma Máquina de Mealy, para entradas não vazias.



Máquinas de Moore → Mealy

- Seja M uma Máquina de Moore qualquer:

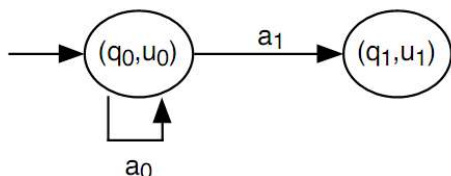
$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta, \delta_s)$$
- A máquina de Mealy correspondente ME :

$$ME = (\Sigma, Q \cup \{q_e\}, \delta_{ME}, q_e, F, \Delta)$$
- O estado q_e :
 - Referenciado somente na primeira transição executada.
 - Garante a geração da saída referente ao estado inicial q_0 de Moore.
- Função programa δ_{ME} :
 - $\delta_{ME}(q_e, a) = (\delta(q_0, a), \delta_s(q_0) \delta_s(\delta(q_0, a)))$
 - $\delta_{ME}(q, a) = (\delta(q, a), \delta_s(\delta(q, a)))$

[EX] Máquinas de Moore → Mealy

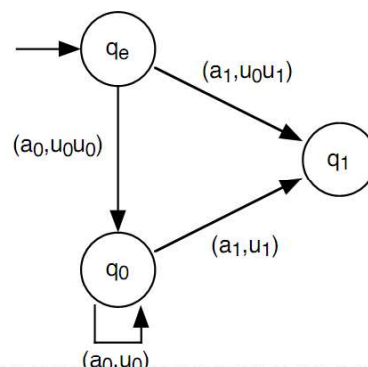
Máquina de Moore

- $MO = (\Sigma, Q, \delta_{MO}, q_0, F, \Delta, \delta_S)$
 - $\Sigma = \{a_0, a_1\}$
 - $Q = \{q_0, q_1\}$
 - $\delta_{MO}(q_0, a_0) = q_0$
 - $\delta_{MO}(q_0, a_1) = q_1$
 - $F = \{q_1\}$
 - $\Delta = \{u_0, u_1\}$
 - $\delta_S(q_0) = u_0$
 - $\delta_S(q_1) = u_1$



Máquina de Mealy

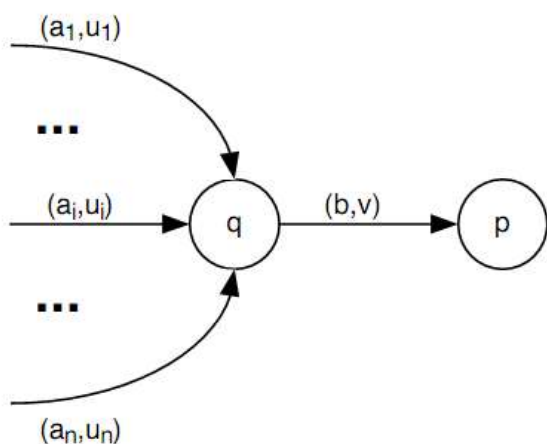
- $ME = (\Sigma, Q_{ME}, \delta_{ME}, q_e, F, \Delta)$
 - $\Sigma = \{a_0, a_1\}$
 - $Q = \{q_0, q_1\} \cup \{q_e\}$
 - $\delta_{ME}(q_e, a_0) = q_0, u_0u_0$
 - $\delta_{ME}(q_e, a_1) = q_1, u_0u_1$
 - $\delta_{ME}(q_0, a_0) = q_0, u_0$
 - $\delta_{ME}(q_0, a_1) = q_1, u_1$
 - $F = \{q_1\}$
 - $\Delta = \{u_0, u_1\}$



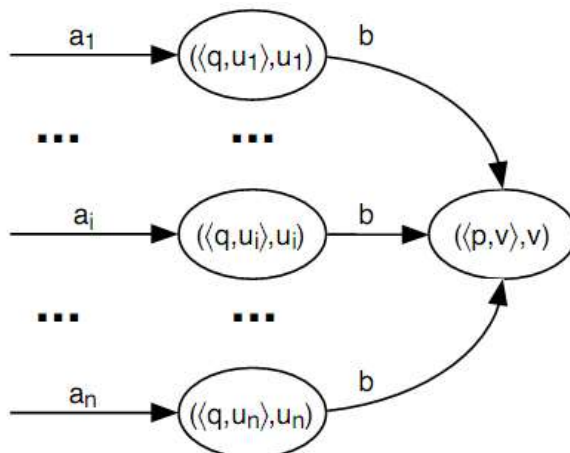
Máquina de Mealy → Moore

- Toda Máquina de **Mealy** pode ser **simulada** por uma Máquina de **Moore**.

Máquina de Mealy



Máquina de Moore



Máquina de Mealy \rightarrow Moore

- A Máquina de Moore correspondente possui, em geral, **mais estados** que Mealy.
- As transições com saídas diferentes que atingem um mesmo estado
 - são simuladas por diversos estados (um para cada saída).
 - Cada estado no máquina de Moore é um par ordenado:
 - $\langle \text{estado}, \text{saída} \rangle$

Máquina de Mealy \rightarrow Moore

- Seja M uma Máquina de Mealy qualquer

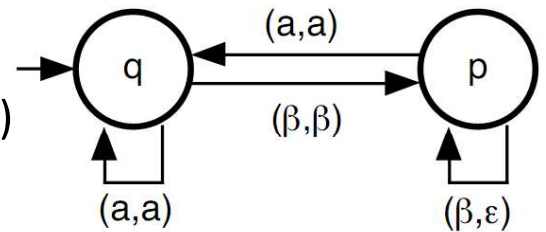
$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta)$$
- MO é a máquina de Moore correspondente:

$$MO = (\Sigma, (Q \times S(\delta)) \cup \{ \langle q_0, \epsilon \rangle \}, \delta_{MO}, \langle q_0, \epsilon \rangle, F \times S(\delta), \Delta, \delta_s)$$
 - $S(\delta)$: imagem de δ , restrita à componente saída
 - O conjunto de saídas possíveis de M
 - Se $\delta(q_0, a) = (q, u)$
 - $\delta_{MO}(\langle q_0, \epsilon \rangle, a) = \langle q, u \rangle$
 - Se $\delta(q, b) = (p, v)$, então, para cada $\delta(q_i, a_i) = (q, u_i)$
 - $\delta_{MO}(\langle q, u_i \rangle, b) = \langle p, v \rangle$
 - Para o estado $\langle q, u \rangle$ de MO
 - $\delta_s(\langle q, u \rangle) = u$

[EX] Máquina de Mealy \rightarrow Moore

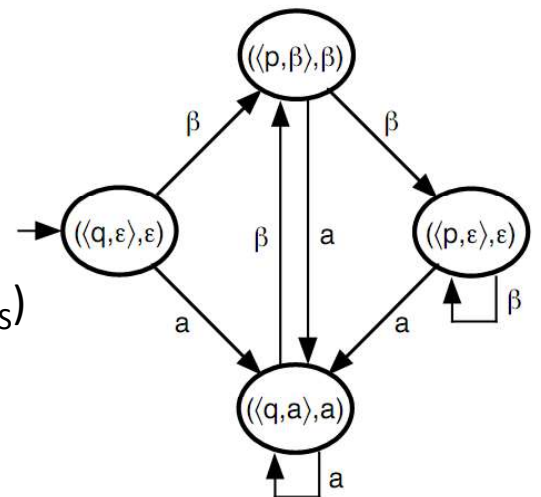
- Máquina de Mealy:

- Compacta brancos de um texto:
 $M = (\{ a, \beta \}, \{ q, p \}, \delta, q, \{ q, p \}, \{ a, \beta \})$
- $a \rightarrow$ qualquer caractere;
- $\beta \rightarrow$ caractere em branco.



- Máquina de Moore:

- $MO = (\{ a, \beta \}, Q, \delta_{MO}, \langle q, \epsilon \rangle, F, \{ a, \beta \}, \delta_S)$
- $Q = F = \{ q, p \} \times \{ \epsilon, a, \beta \}$



Máquina de Mealy \rightarrow Moore

- Mealy possui, em geral, menos estados que a correspondente Moore.
 - Em aplicações práticas usar Mealy preferencialmente a Moore , sempre que possível.
- Em experimentos reais
 - Significativa preferência das pessoas em associar as saídas aos estados (e não às transições).
 - Nesse caso, construir Moore e converter para Mealy.

EXERCÍCIOS

- 1) Desenvolva uma máquina de Moore e uma máquina de Mealy que converta a representação monetária de dólares para reais:
 - ***US\$25.010,59 → R\$25.010,59***
 - ***US\$1.250.100,48 → R\$1.250.100,48***
- O autômato deve verificar a entrada é um valor monetário válido.

EXERCÍCIOS

- Desenvolva uma máquina de Mealy e uma máquina de Moore para configurar corretamente um texto escrito em um editor de texto.
- Cada texto é uma palavra sobre o alfabeto $\{x, \beta, \cdot\}$:
 - x = caracteres do alfabeto da língua portuguesa:
 - $\{a\dots z, A\dots Z\}$
 - β = espaço em branco;
 - \cdot = ponto final.
- O texto resultante (palavra de saída) deve:
 - Não possuir brancos contínuos;
 - O texto deve começar por x e terminar por \cdot ;
 - Devem ser eliminados β antes de \cdot ;
 - Antes do ponto deve existir um x .
- **[EX]**
 - $\beta\beta xx\beta\beta xxx\beta\beta\beta xx\beta\cdot\beta\beta$ deve ser aceita como:
 - $xx\beta xxx\beta xx\cdot$
 - $\cdot x$ deve ser rejeitada.

EXERCÍCIOS

- 1) Converta o exemplo de máquina de Mealy (Dialogo) apresentado na Aula 10 para Moore.
- 2) Converta o resultado dos exercícios 1 e 2 da Aula 10 para a máquina de Mealy e de Moore equivalente.

[FIM]