[Aula 07] Linguagem regular: Gramática regular

Prof. João F. Mari
joaof.mari@ufv.br

ROTEIRO

- Gramática regular (ER)
- Gramáticas lineares
- Equivalência das gramáticas lineares
- Gramática linear – Linguagem gerada
- **[EX]** Gramática regular: linguagem a(ba)*
- **[EX]** Gramática regular: linguagem (a + b)*(aa+bb)
- **[Obs.]** Gramática linear à esquerda e linear à direita
- Gramática regular → Linguagem regular
- Construção de AFNε a partir de uma GR
- Linguagem regular → gramática regular
- Construção de uma GR a partir de um AFD

Gramática regular (ER)

- Formalismo gramática:
  - Permite definir tanto linguagens regulares como não regulares.
- Gramática regular:
  - Restrições nas regras de produção.
  - Existe mais de uma forma de restringir as regras de produção:
    - Gramáticas lineares.

Gramáticas lineares

G = (V, T, P, S)

- Gramática Linear à Direita (GLD):
  - $A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$
- Gramática Linear à Esquerda (GLE):
  - $A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$
- Gramática Linear Unitária à Direita (GLUD):
  - Como na gramática linear à direita e:
  - $| w | \leq 1$
- Gramática Linear Unitária à Esquerda (GLUE):
  - Como na gramática linear à esquerda e:
  - $| w | \leq 1$

Gramáticas lineares

- Lado direito de uma produção:
  - Possui no máximo uma variável
  - Sempre antecede (linear à esquerda) ou sucede (linear à direita)...
    - qualquer subpalavra (eventualmente vazia) de terminais.

Equivalência das gramáticas lineares

- Seja L uma linguagem:
  - L é gerada por uma GLD sse
  - L é gerada por uma GLE sse
  - L é gerada por uma GLUD sse
  - L é gerada por uma GLUE.
- As diversas formas das gramáticas lineares são formalismos equivalentes.

Uma gramática regular é uma gramática linear.

Gramática regular – Linguagem gerada

- G = (V, T, P, S) é uma gramática.

  L(G) ou GERA(G) é tal que:

  – $L(G) = \{ w \in T^* \mid S \Rightarrow^+ w \}$

[EX] Gramática regular: linguagem a(ba)*

- Gramática linear à direita:
  – G = ({ S, A }, { a, b }, P, S)
    - S → aA
    - A → baA | ε
- Gramática linear à esquerda:
  – G = ({ S }, { a, b }, P, S)
    - S → Sba | a
- Gramática linear unitária à direita:
  – G = ({ S, A, B }, { a, b }, P, S)
    - S → aA
    - A → bB | ε
    - B → aA
- Gramática linear unitária à esquerda:
  – G = ({ S, A }, { a, b }, P, S)
    - S → Aa | a
    - A → Sb

[EX] Gramática regular: linguagem (a + b)*(aa+bb)

- Linear à Direita:
  - G = ({ S, A }, { a, b }, P, S), e P é tal que
    - S → aS | bS | A
    - A → aa | bb
- Linear à Esquerda:
  - G = ({ S, A }, { a, b }, P, S), e P é tal que
    - S → Aaa | Abb
    - A → Aa | Ab | ε

[Obs.] Gramática linear à esquerda e linear à direita

- Suponha | w | ≥ 1 e produções simultaneamente do tipo:
  - A → wB (direita) e
  - A → Bw (esquerda)
- A linguagem gerada:
  - Poderá não ser regular;
  - Consequentemente, **não** é uma gramática regular.
- **[EX]** É possível desenvolver uma gramática, com produções lineares à direita e à esquerda, que gera:
  - $\{ a^n b^n \mid n \in N \}$

Gramática regular → Linguagem regular

- Se L é gerada por uma gramática regular,
  - Então L é linguagem regular.

- <u>Prova (por indução)</u>:
  - Dado uma GLUD G é possível construir um AFNε M tal que:

    ACEITA(M) = GERA(G)

    - M simula as derivações de G.

- Demonstração de que ACEITA(M) = GERA(r):
  - Indução no número de derivações.

Gramática regular → Linguagem regular

- Suponha G = (V, T, P, S) uma GLUD. Seja o AFNε

- $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$
  - $\Sigma = T$
  - $Q = V \cup \{ q_f \}$ (suponha $q_f \notin V$)
  - $F = \{ q_f \}$
  - $q_0 = S$

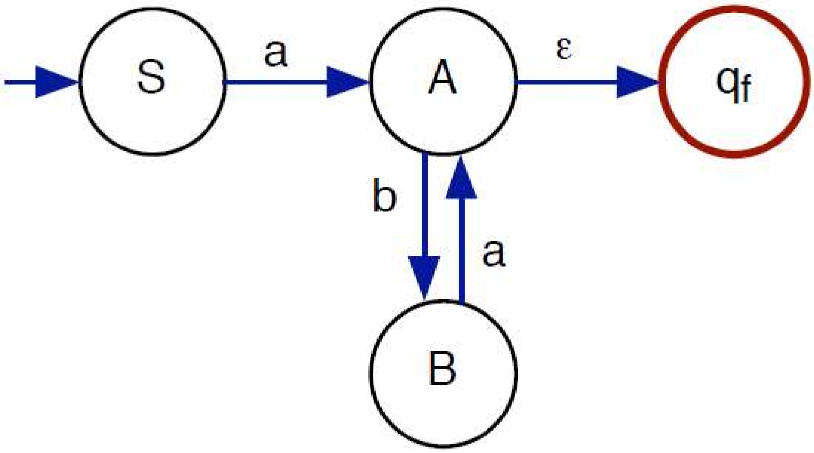
Tipo da Produção	Transição Gerada
$A \rightarrow \varepsilon$	$\delta(A, \varepsilon) = q_f$
$A \rightarrow a$	$\delta(A, a) = q_f$
$A \rightarrow B$	$\delta(A, \varepsilon) = B$
$A \rightarrow aB$	$\delta(A, a) = B$

Construção de AFNε a partir de uma GR

- G = ({ S, A, B }, { a, b }, P, S)
  - S → aA
  - A → bB | ε
  - B → aA

- M = ({ a, b }, { S, A, B, q_f }, δ, S, { q_f })

Produção	Transição
$S \rightarrow aA$	$\delta(S, a) = A$
$A \rightarrow bB$	$\delta(A, b) = B$
$A \rightarrow \varepsilon$	$\delta(A, \varepsilon) = q_f$
$B \rightarrow aA$	$\delta(B, a) = A$



Linguagem regular → gramática regular

- Se L é linguagem regular, então:
  - Existe uma gramática regular G que gera L.
- Prova (*por indução*):
  - L é linguagem regular pois:
    - Existe um AFD M = (Σ, Q, δ, q_0, F) tal que ACEITA(M) = L

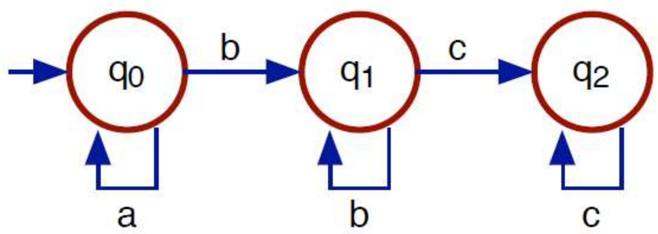
Construção de uma GR a partir de um AFD

- Dado um AFD $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ tal que:
  - ACEITA(M) = L
- Seja a gramática regular:
  - $G = (V, T, P, S)$
    - $V = Q \cup \{ S \}$ (suponha $S \notin Q$)
    - $T = \Sigma$
    - suponha $q_i, q_k \in Q$, $q_f \in F$ e $a \in \Sigma$

Transição	Produção
-	$S \to q_0$
-	$q_f \to \varepsilon$
$\delta(q_i, a) = q_k$	$q_i \to aq_k$

[EX] Construção de uma GR a partir de um AFD

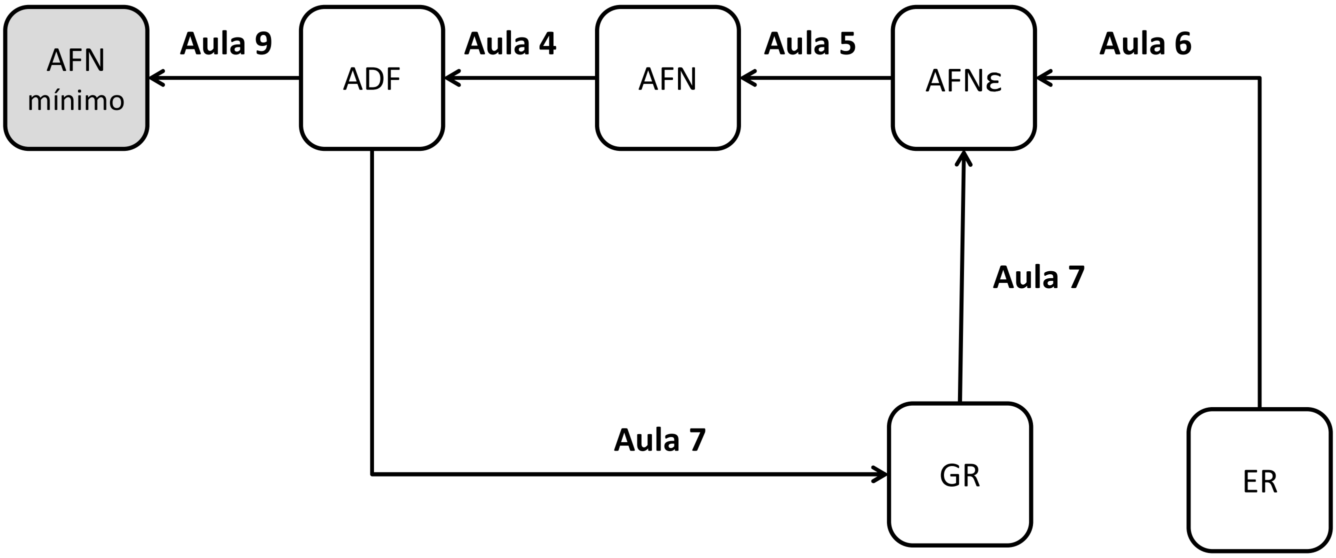
- $M = (\{ a, b, c \}, \{ q_0, q_1, q_2 \}, \delta, q_0, \{ q_0, q_1, q_2 \})$



Transição	Produção
-	$S \to q_0$
-	$q_0 \to \varepsilon$
-	$q_1 \to \varepsilon$
-	$q_2 \to \varepsilon$
$\delta(q_0, a) = q_0$	$q_0 \to aq_0$
$\delta(q_0, b) = q_1$	$q_0 \to bq_1$
$\delta(q_1, b) = q_1$	$q_1 \to bq_1$
$\delta(q_1, c) = q_2$	$q_1 \to cq_2$
$\delta(q_2, c) = q_2$	$q_2 \to cq_2$

- $G = (\{ q_0, q_1, q_2, S \}, \{ a, b, c \}, P, S)$

Formalismos Regulares - Equivalência



BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
  - Capítulo 3.
  - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.

[FIM]

- FIM:
  - **[AULA 07]** LINGUAGENS REGULARES – Gramática regular
- Próxima aula:
  - **[AULA 08]** Propriedades das linguagens regulares – Bombeamento para linguagens regulares