

[Aula 13] LLC – GLC – Forma Normal de Chomsky

Prof. João F. Mari
joaof.mari@ufv.br

BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
 - Capítulo 6.
 - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.



ROTEIRO

- Formas Normais
- Forma Normal de Chomsky (FNC)
- FNC – Algoritmo – Etapa 1
- FNC – Algoritmo – Etapa 2
- FNC – Algoritmo – Etapa 3
- **EXEMPLO:** Forma Normal de Chomsky

Formas Normais

- Formas Normais
 - Restrições rígidas na forma das produções
 - Sem reduzir o poder de geração das GLC
 - Excetuando-se a geração da palavra vazia.
- Aplicações
 - Desenvolvimento de algoritmos
 - Destaque para reconhecedores de linguagens
 - Prova de teoremas

Formas Normais

- Forma Normal de **Chomsky**:

- As produções são da forma:

$$A \rightarrow BC \quad \text{ou} \quad A \rightarrow a$$

- Forma Normal de **Greibach**:

- As produções são da forma:

$$A \rightarrow a\alpha$$

- α é uma palavra de **variáveis**.

Forma Normal de Chomsky (FNC)

- **Quem é o Chomsky?**

- Noam Chomsky
 - Nascido em 7 de dezembro de 1928 (EUA)
- Linguista e Ativista Político.



- Wikipédia:

- http://pt.wikipedia.org/wiki/Noam_Chomsky

Forma Normal de Chomsky (FNC)

- Seja G uma GLC:

$$G = (V, T, P, S)$$

- Considerando que:
 - A , B e C são variáveis
 - a é terminal

- Todas produções são da forma

$$A \rightarrow BC \quad \text{ou} \quad A \rightarrow a$$

- **Palavra vazia:**
 - Não pertence à linguagem gerada por uma gramática na FNC

Forma Normal de Chomsky (FNC)

- Algoritmo: GLC na FNC (3 Etapas)

- **Etapa 1: simplificação da gramática**

- $A \rightarrow \varepsilon$ (linguagem não possui ε)
- $A \rightarrow B$ (um símbolo no lado direito: terminal)
- símbolos inúteis (opcional)

- **Etapa 2: variáveis no lado direito das produções**

- Lado direito de comprimento ≥ 2 : exclusivamente variáveis
- Se for um terminal?

- **Etapa 3: exatamente duas variáveis no lado direito das produções**

- Como transformar produções da forma $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ ($n \geq 2$)?

FNC – Algoritmo – Etapa 1

- **Etapa 1 – Simplificação da GLC**

- Seja G uma GLC que não gera ε .

$$G = (V, T, P, S) \mid \varepsilon \notin \text{GERA}(G)$$

- E G_1 é o resultado das **simplificações** sobre G

$$G_1 = (V_1, T_1, P_1, S)$$

- **Eliminação** de produções vazias.
- **Eliminação** das produções que substituem variáveis.
- **Eliminação** de símbolos inúteis é opcional

FNC – Algoritmo – Etapa 2

- **Etapa 2 - Transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois**

- Seja G_1 a GLC resultante da Etapa 1: $G_1 = (V_1, T_1, P_1, S)$

- Então G_2 é GLC resultante da Etapa 2 : $G_2 = (V_2, T_1, P_2, S)$

- A construção de V_2 e P_2 :

- (para cada terminal a , suponha $C_a \notin V_2$)

$$V_2 = V_1;$$

$$P_2 = P_1;$$

para toda $A \rightarrow X_1X_2\dots X_n \in P_2$ tal que $n \geq 2$

faça se para $r \in \{1, \dots, n\}$, X_r é um símbolo terminal
então (suponha $X_r = a$)

$$V_2 = V_2 \cup \{C_a\};$$

substitui a por C_a em $A \rightarrow X_1X_2\dots X_n \in P_2$;

$$P_2 = P_2 \cup \{C_a \rightarrow a\};$$

FNC – Algoritmo – Etapa 3

- Etapa 3: Transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três em produções com exatamente duas variáveis
 - Seja G_2 a GLC resultante da Etapa 2: $G_2 = (V_2, T_1, P_2, S)$
 - G_3 é a GLC resultante desta Etapa: $G_3 = (V_3, T_1, P_3, S)$
- A construção de V_3 e P_3
 - a cada ciclo, suponha $D_1 \notin V_3, \dots, D_{n-2} \notin V_3$

```

V3 = V2;
P3 = P2;
para toda A → B1B2...Bn ∈ P2 tal que n ≥ 3
faça P3 = P3 - { A → B1B2...Bn };
      V3 = V3 ∪ { D1, ..., Dn-2 };
      P3 = P3 ∪ { A → B1D1, D1 → B2D2, ...,
                  Dn-3 → Bn-2Dn-2, Dn-2 → Bn-1Bn };

```

EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky (Etapa 1)

- Seja G uma GLC que define Expressões Aritméticas
- $G = (\{ E \}, \{ +, *, [,], x \}, P, E)$
 - $P = \{ E \rightarrow E+E \mid E * E \mid [E] \mid x \}$
- **Etapa 1: Simplificação da GLC**
 - A GLC já esta simplificada.

EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky (Etapa 2)

• Etapa 2: lado direito das produções de comprimento ≥ 2

• G é a GLC resultante da Etapa 1:

- $G = (\{ E \}, \{ +, *, [,], x \}, P, E)$
 - $P = \{ E \rightarrow E+E \mid E * E \mid [E] \mid x \}$

$E \rightarrow x$
está OK

As demais produções:

$E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [E C]$

$C + \rightarrow +$

$C * \rightarrow *$

$C [\rightarrow [$

$C] \rightarrow]$

• G2 é a GLC resultante da Etapa 2:

- $G2 = (\{ E, C+, C*, C[, C] \}, \{ +, *, [,], x \}, P, E)$
 - $P = \{ E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [E C] \mid x$

- $C + \rightarrow +$
- $C * \rightarrow *$
- $C [\rightarrow [$
- $C] \rightarrow]$

```

V2 = V1;
P2 = P1;
para toda  $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n \in P_2$  tal que  $n \geq 2$ 
faça se para  $r \in \{ 1, \dots, n \}$ ,  $X_r$  é um símbolo terminal
então (suponha  $X_r = a$ )
     $V_2 = V_2 \cup \{ C_a \}$ ;
    substitui a por  $C_a$  em  $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n \in P_2$ ;
     $P_2 = P_2 \cup \{ C_a \rightarrow a \}$ ;
  
```

EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky (Etapa 3)

• Etapa 3: exatamente duas variáveis no lado direito das produções

• Seja G2 a GLC resultante da Etapa 2:

- $G2 = (\{ E, C+, C*, C[, C] \}, \{ +, *, [,], x \}, P, E)$
 - $P = \{ E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [E C] \mid x$
 - $C + \rightarrow +$
 - $C * \rightarrow *$
 - $C [\rightarrow [$
 - $C] \rightarrow]$

• As produções (com mais de 2 variáveis do lado direito):

- $E \rightarrow E C + E \mid E C * E \mid C [E C]$
- São substituídas por:
 - $E \rightarrow E D_1 \mid E D_2 \mid C [D_3$
 - $D_1 \rightarrow C + E$
 - $D_2 \rightarrow C * E$
 - $D_3 \rightarrow E C]$

```

V3 = V2;
P3 = P2;
para toda  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n \in P_3$  tal que  $n \geq 3$ 
faça  $P_3 = P_3 - \{ A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n \}$ ;
     $V_3 = V_3 \cup \{ D_1, \dots, D_{n-2} \}$ ;
     $P_3 = P_3 \cup \{ A \rightarrow B_1 D_1, D_1 \rightarrow B_2 D_2, \dots,$ 
     $D_{n-3} \rightarrow B_{n-2} D_{n-2}, D_{n-2} \rightarrow B_{n-1} B_n \}$ ;
  
```

EXEMPLO: Forma Normal de Chomsky

- Gramática resultante, na Forma Normal de Chomsky é:

$$- G_{FNC} = (\{ E, C_+, C_*, C_[, C_] , D_1, D_2, D_3 \}, \{ +, *, [,], x \}, P_{FNC}, E)$$

$$P_{FNC} = \{ E \rightarrow E D_1 \mid E D_2 \mid C_[] D_3 \mid x,$$

$$\bullet \quad D_1 \rightarrow C_+ E$$

$$\bullet \quad D_2 \rightarrow C_* E$$

$$\bullet \quad D_3 \rightarrow E C_[]$$

$$\bullet \quad C_+ \rightarrow +$$

$$\bullet \quad C_* \rightarrow *$$

$$\bullet \quad C_[] \rightarrow [$$

$$\bullet \quad C_] \rightarrow] \quad \}$$

Produções resultantes da Etapa 3

Produções resultantes da Etapa 2

[FIM]

- FIM:
 - [AULA 13] LLC – Forma Norma de Chomsky
- Próxima aula:
 - [AULA 14] LLC – Forma normal de Greibach