

# [Aula 10] Autômatos finitos com saída

Prof. João F. Mari  
*joaof.mari@ufv.br*

## BIBLIOGRAFIA

- MENEZES, P. B. **Linguagens formais e autômatos**, 6. ed., Bookman, 2011.
  - Capítulo 5.
  - + Slides disponibilizados pelo autor do livro.



## ROTEIRO

- Autômato Finito com Saída (AFS)
- Máquina de Mealy
- Máquina de Mealy - Computação (Função Programa Estendida)
- **[EX]** Máquina de Mealy: Sistema de Diálogo
- Máquina de Moore
- Máquina de Moore × AFD & Mealy
- Máquina de Moore - Computação (Função Programa Estendida)
- **[EX]** Máquina de Moore: Análise Léxica
- Equivalência: Máquinas de Moore e de Mealy
- Máquinas de Moore → Mealy
- **[EX]** Máquinas de Moore → Mealy
- Máquina de Mealy → Moore
- **[EX]** Máquina de Mealy → Moore
- EXERCÍCIOS

## Autômato Finito com Saída (AFS)

- A saída não pode ser lida:
  - Não é memória auxiliar.
- A saída é definida sobre um alfabeto especial:
  - Alfabeto de símbolos de saída;
    - Pode, eventualmente, ser igual ao alfabeto de entrada.
- A saída é gravada em uma fita de saída:
  - Independente da fita de entrada;
  - A cabeça da fita de saída move uma célula para a direita **a cada símbolo gravado**.
- O resultado do processamento do AFS:
  - Condição de aceita/rejeita (estado final);
  - A informação contida na **fita de saída**.

## Autômato Finito com Saída (AFS)

- Conceito básico de **Autômato Finito**:
  - A informação de saída limitada à lógica binária aceita/rejeita;
  - As aplicações práticas são restritas.
- Geração de uma palavra de saída:
  - Estende a definição de Autômato Finito;
  - Reconhece a mesma classe de linguagens.
- **Autômatos Finitos com Saída (AFS)**:
  - Máquina de Mealy
    - As saídas são associadas **às transições**.
  - Máquina de Moore
    - As saídas são associadas **aos estados**.

## Autômato Finito com Saída (AFS)

- Máquinas de Mealy e Moore:
  - Construídos por modificações sobre o AFD;
    - Conseqüentemente sobre AFNs e AFN  $\epsilon$ ;
    - Estudaremos apenas AFSs **determinísticos**.
- Aplicações dos autômatos finitos com saída:
  - Aplicações Tradicionais:
    - Analisador Léxico (Linguagens de Programação);
    - Processadores de Texto.
  - *WWW (World Wide Web)*:
    - Hipertexto e Hipermissão;
    - Animação quadro a quadro;
    - Verificar exemplos no capítulo 5 do livro texto (MENEZES, 2008).

## Máquina de Mealy

- Para cada transição da máquina gera uma palavra de saída (pode ser vazia).

## Máquina de Mealy

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta)$$

- $\Sigma$ : alfabeto (de símbolos) de entrada;
- $Q$ : conjunto de estados (finito);
- $\delta$ : função programa ou função de transição (função parcial);

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Delta^*$$

- $q_0$ : estado inicial: elemento distinguido de  $Q$ ;
- $F$ : conjunto de estados finais: subconjunto de  $Q$ ;
- $\Delta$  - alfabeto (de símbolos) de saída;
- Máquina de Mealy  $\times$  AFD:
  - $\Sigma, Q, q_0$  e  $F$  são como no AFD.

## Máquina de Mealy - Computação (Função Programa Estendida)

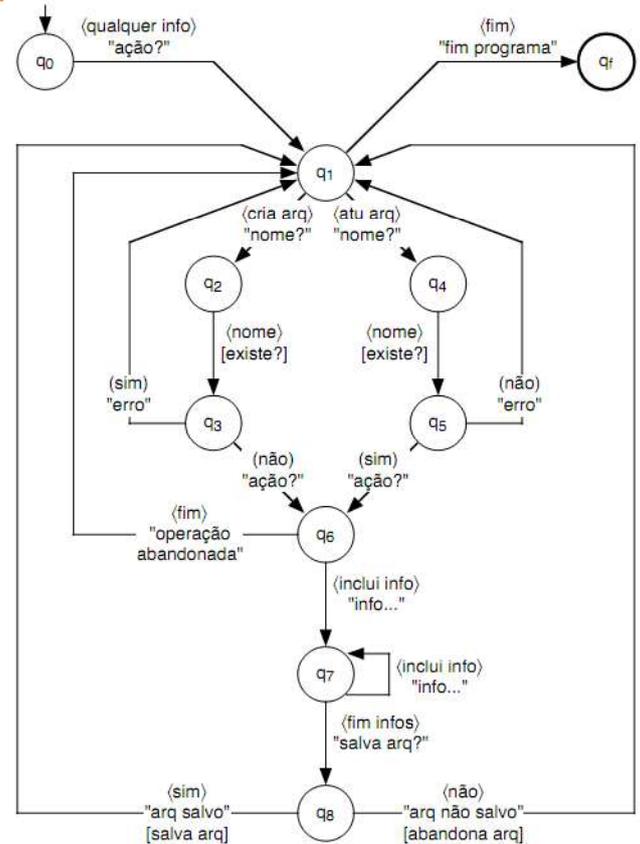
- Computação, para entrada  $w$ 
  - Sucessiva aplicação da função programa;
  - Para cada símbolo de  $w$  (da esquerda para a direita);
  - Até ocorrer uma condição de parada.
- Palavra vazia como saída:
  - Nenhuma gravação é realizada;
  - Não move a cabeça da fita de saída.
- Se todas as transições geram saída vazia:
  - O processamento é o mesmo de um AFD.
- Definição **formal** da função programa estendida:
  - Semelhante ao do AFD. Não será mostrado.

## [EX] Máquina de Mealy: Sistema de Diálogo

- Aplicação comum e recomendada para os autômatos com saída:
  - Projeto de diálogo entre um programa e o usuário.
  - Determina, eventualmente, ações internas ao sistema.
  - ***Shell de Sistemas Operacionais.***
- O diálogo pode ser de dois tipos:
  - Comandado pelo programa;
  - Comandado pelo usuário.

## [EX] Máquina de Mealy: Sistema de Diálogo

- <...> entrada fornecida pelo usuário
- "... " saída gerada pelo programa
- [...] ação interna ao programa
- (...) resultado de ação interna ao programa

Prof. João Fernando Mari ( [joaof.mari@ufv.br](mailto:joaof.mari@ufv.br) )

11

## Máquina de Moore

- Possui uma segunda função
  - Gera uma palavra de saída (pode ser vazia) para **cada estado da máquina.**

Prof. João Fernando Mari ( [joaof.mari@ufv.br](mailto:joaof.mari@ufv.br) )

12

## Máquina de Moore

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta, \delta_s)$$

- $\Sigma$ : alfabeto (de símbolos) de entrada;
- $Q$ : conjunto de estados (finito);
- $\delta$ : função programa ou função de transição (função parcial):

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

- $q_0$ : elemento distinguido de  $Q$ : estado inicial;
- $F$ : subconjunto de  $Q$ : conjunto de estados finais;
- $\Delta$ : alfabeto (de símbolos) de saída;
- $\delta_s$ : função de saída (função total):

$$\delta_s: Q \rightarrow \Delta^*$$

## Máquina de Moore $\times$ AFD & Mealy

- $\Sigma$ ,  $Q$ ,  $\delta$ ,  $q_0$  e  $F$  são como no AFD;
- $\Delta$  é como na Máquina de Mealy.

## Maquina de Moore - Computação (Função Programa Estendida)

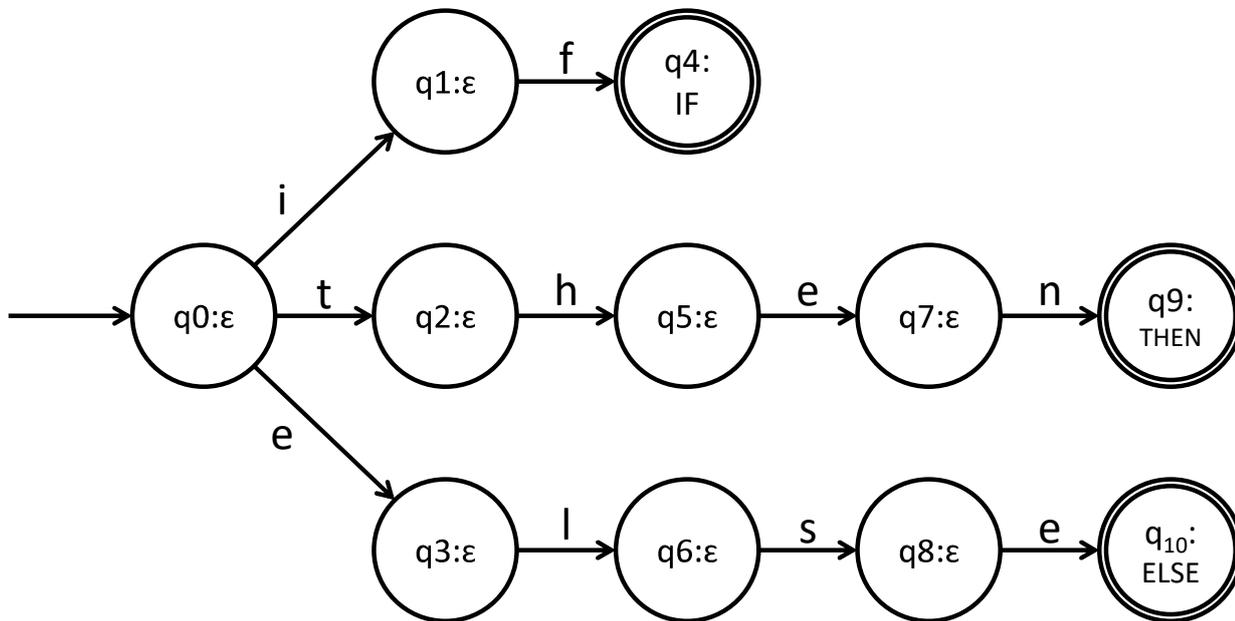
- Computação, para entrada  $w$ :
  - Sucessiva aplicação da função programa;
  - Para cada símbolo de  $w$  (da esquerda para a direita);
  - Até ocorrer uma condição de parada;
  - **Juntamente com a sucessiva aplicação da função de saída para cada estado atingido.**
- Palavra vazia como saída:
  - Nenhuma gravação é realizada;
  - Não move a cabeça da fita de saída.
- Se todos os estados geram saída vazia:
  - O processamento é o mesmo de um AFD.
- Definição **formal** da função programa estendida:
  - Semelhante ao do AFD. Não será mostrado.

## [EX] Máquina de Moore: Análise Léxica

- Analisador Léxico:
  - Autômato finito (em geral, determinístico);
  - Identifica os componentes básicos da linguagem:
    - Números, identificadores, separadores, etc.
- Máquina de Moore como **Analisador Léxico**:
  - Cada estado final é associado a uma unidade léxica.
    - A saída **descreve** ou **codifica** a unidade léxica identificada
  - Máquina para em estados não finais (rejeita)
    - Em geral a saída é vazia.

## [EX] Máquina de Moore: Análise Léxica

- Máquina de Moore que reconhece unidades léxicas IF-THAN-ELSE:

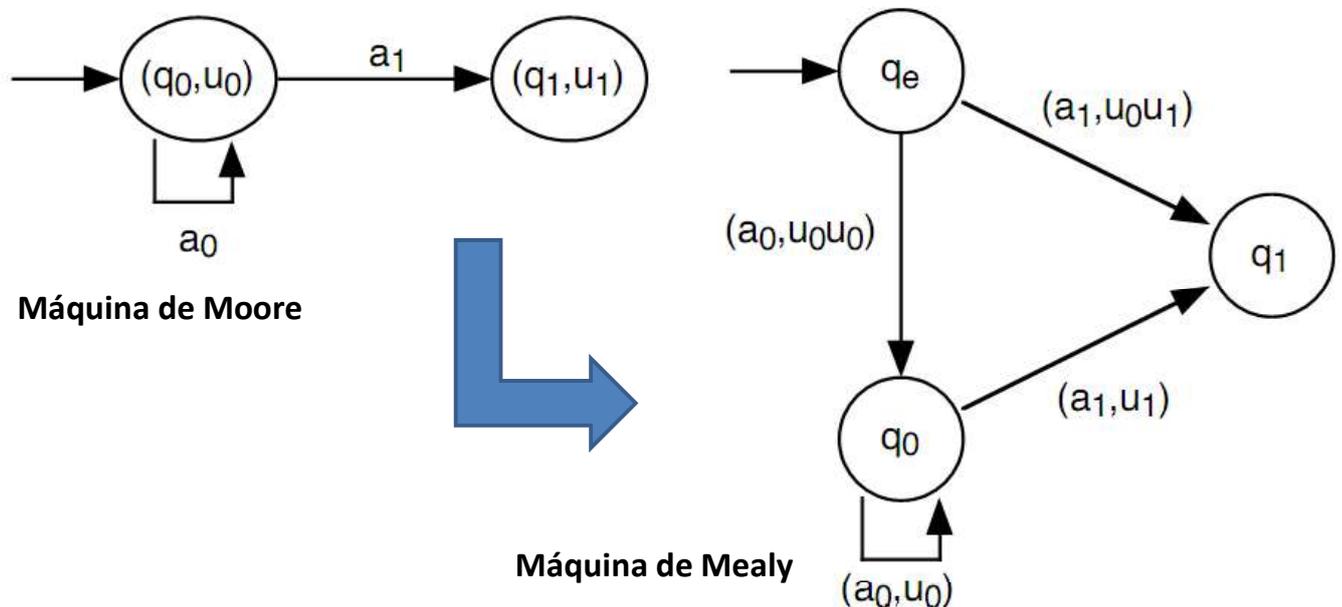


## Equivalência: Máquinas de Moore e de Mealy

- A Equivalência **não é válida** para a entrada vazia.
- Para os demais casos a equivalência pode ser facilmente verificada

## Máquinas de Moore $\rightarrow$ Mealy

- Toda Máquina de Moore pode ser simulada por uma Máquina de Mealy, para entradas não vazias.



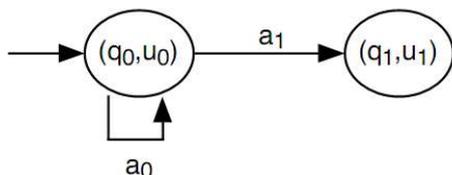
## Máquinas de Moore $\rightarrow$ Mealy

- Seja  $M$  uma Máquina de Moore qualquer:
 
$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta, \delta_s)$$
- A máquina de Mealy correspondente  $ME$ :
 
$$ME = (\Sigma, Q \cup \{q_e\}, \delta_{ME}, q_e, F, \Delta)$$
- O estado  $q_e$ :
  - Referenciado somente na primeira transição executada.
  - Garante a geração da saída referente ao estado inicial  $q_0$  de Moore.
- Função programa  $\delta_{ME}$ :
  - $\delta_{ME}(q_e, a) = (\delta(q_0, a), \delta_s(q_0) \delta_s(\delta(q_0, a)))$
  - $\delta_{ME}(q, a) = (\delta(q, a), \delta_s(\delta(q, a)))$

# [EX] Máquinas de Moore → Mealy

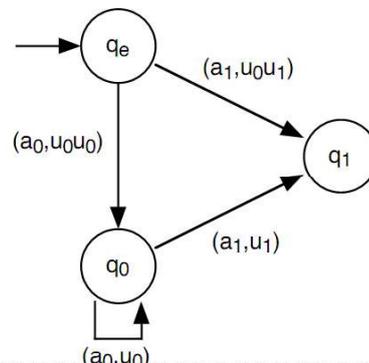
## Máquina de Moore

- $MO = (\Sigma, Q, \delta_{MO}, q_0, F, \Delta, \delta_S)$ 
  - $\Sigma = \{a_0, a_1\}$
  - $Q = \{q_0, q_1\}$
  - $\delta_{MO}(q_0, a_0) = q_0$
  - $\delta_{MO}(q_0, a_1) = q_1$
  - $F = \{q_1\}$
  - $\Delta = \{u_0, u_1\}$
  - $\delta_S(q_0) = u_0$
  - $\delta_S(q_1) = u_1$



## Máquina de Mealy

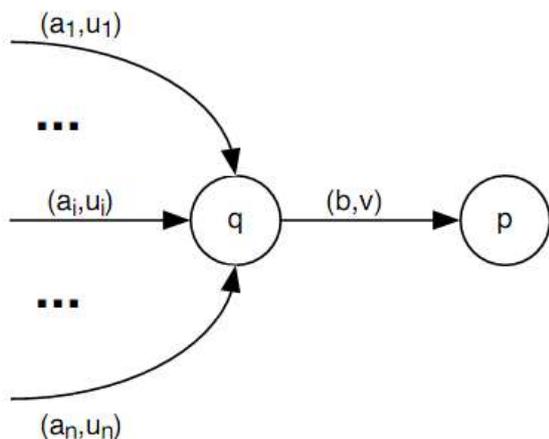
- $ME = (\Sigma, Q_{ME}, \delta_{ME}, q_e, F, \Delta)$ 
  - $\Sigma = \{a_0, a_1\}$
  - $Q = \{q_0, q_1\} \cup \{q_e\}$
  - $\delta_{ME}(q_e, a_0) = q_0, u_0u_0$
  - $\delta_{ME}(q_e, a_1) = q_1, u_0u_1$
  - $\delta_{ME}(q_0, a_0) = q_0, u_0$
  - $\delta_{ME}(q_0, a_1) = q_1, u_1$
  - $F = \{q_1\}$
  - $\Delta = \{u_0, u_1\}$



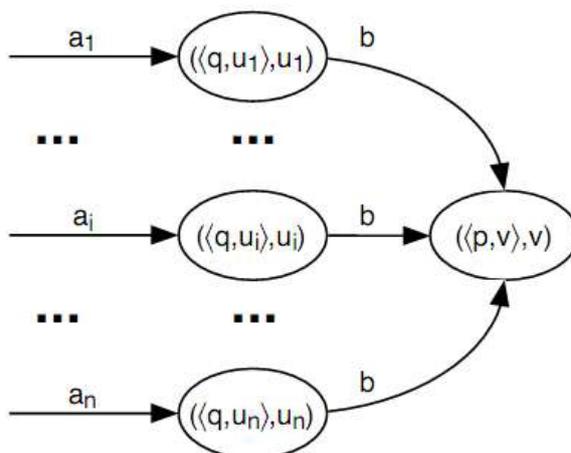
# Máquina de Mealy → Moore

- Toda Máquina de **Mealy** pode ser **simulada** por uma Máquina de **Moore**.

## Máquina de Mealy



## Máquina de Moore



## Máquina de Mealy $\rightarrow$ Moore

- A Máquina de Moore correspondente possui, em geral, **mais estados** que Mealy.
- As transições com saídas diferentes que atingem um mesmo estado
  - são simuladas por diversos estados (um para cada saída).
  - Cada estado no máquina de Moore é um par ordenado:
    - $\langle \text{estado}, \text{saída} \rangle$

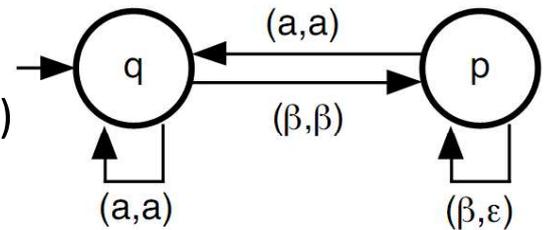
## Máquina de Mealy $\rightarrow$ Moore

- Seja  $M$  uma Máquina de Mealy qualquer
 
$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, \Delta)$$
- $MO$  é a máquina de Moore correspondente:
 
$$MO = (\Sigma, (Q \times S(\delta)) \cup \{ \langle q_0, \epsilon \rangle \}, \delta_{MO}, \langle q_0, \epsilon \rangle, F \times S(\delta), \Delta, \delta_s)$$
  - $S(\delta)$ : imagem de  $\delta$ , restrita à componente saída
    - O conjunto de saídas possíveis de  $M$
  - Se  $\delta(q_0, a) = (q, u)$ 
    - $\delta_{MO}(\langle q_0, \epsilon \rangle, a) = \langle q, u \rangle$
  - Se  $\delta(q, b) = (p, v)$ , então, para cada  $\delta(q_i, a_i) = (q, u_i)$ 
    - $\delta_{MO}(\langle q, u_i \rangle, b) = \langle p, v \rangle$
  - Para o estado  $\langle q, u \rangle$  de  $MO$ 
    - $\delta_s(\langle q, u \rangle) = u$

## [EX] Máquina de Mealy $\rightarrow$ Moore

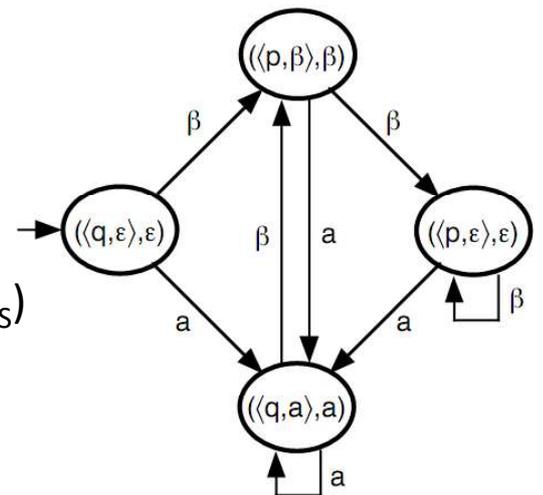
- Máquina de Mealy:

- Compacta brancos de um texto:  
 $M = (\{ a, \beta \}, \{ q, p \}, \delta, q, \{ q, p \}, \{ a, \beta \})$
- $a \rightarrow$  qualquer caractere;
- $\beta \rightarrow$  caractere em branco.



- Máquina de Moore:

- $MO = (\{ a, \beta \}, Q, \delta_{MO}, \langle q, \epsilon \rangle, F, \{ a, \beta \}, \delta_S)$
- $Q = F = \{ q, p \} \times \{ \epsilon, a, \beta \}$



## Máquina de Mealy $\rightarrow$ Moore

- Mealy possui, em geral, menos estados que a correspondente Moore.
  - Em aplicações práticas usar Mealy preferencialmente a Moore , sempre que possível.
- Em experimentos reais
  - Significativa preferência das pessoas em associar as saídas aos estados (e não às transições).
  - Nesse caso, construir Moore e converter para Mealy.

## EXERCÍCIOS

- 1) Desenvolva uma máquina de Moore e uma máquina de Mealy que converta a representação monetária de dólares para reais:
  - ***US\$25.010,59* → *R\$25.010,59***
  - ***US\$1.250.100,48* → *R\$1.250.100,48***
- O autômato deve verificar a entrada é um valor monetário válido.

## EXERCÍCIOS

- Desenvolva uma máquina de Mealy e uma máquina de Moore para configurar corretamente um texto escrito em um editor de texto.
- Cada texto é uma palavra sobre o alfabeto  $\{x, \beta, \cdot\}$ :
  - $x$  = caracteres do alfabeto da língua portuguesa:
    - $\{a\dots z, A\dots Z\}$
  - $\beta$  = espaço em branco;
  - $\cdot$  = ponto final.
- O texto resultante (palavra de saída) deve:
  - Não possuir brancos contínuos;
  - O texto deve começar por  $x$  e terminar por  $\cdot$ ;
  - Devem ser eliminados  $\beta$  antes de  $\cdot$ ;
  - Antes do ponto deve existir um  $x$ .
- **[EX]**
  - $\beta\beta xx\beta\beta xxx\beta\beta\beta xx\beta\cdot\beta\beta$  deve ser aceita como:
    - $xx\beta xxx\beta xx\cdot$
  - $\cdot x$  deve ser rejeitada.

## EXERCÍCIOS

- 1) Converta o exemplo de máquina de Mealy (Dialogo) apresentado na Aula 10 para Moore.
- 2) Converta o resultado dos exercícios 1 e 2 da Aula 10 para a máquina de Mealy e de Moore equivalente.

## [FIM]